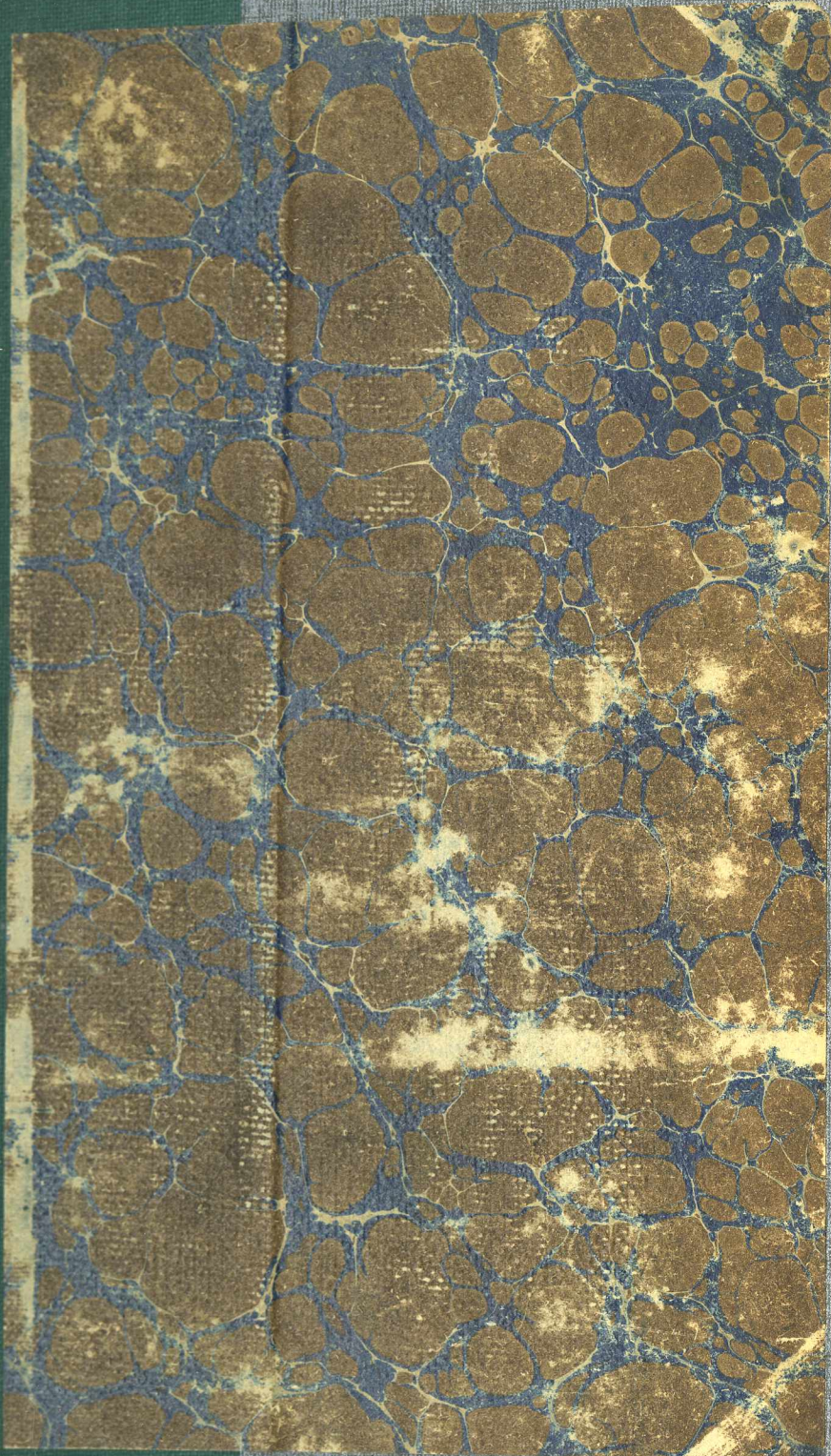


Politikai
röpiratok.

116.



116
981

JELENTÉS

A
HALANDÓSÁGI TÁBLÁK KISZÁMITÁSA ÉRDEKÉBEN A STATISZTIKA RÉSZÉRŐL

TELJESITENDŐ

KÖVETELMENYEK IRÁNT.

AZ ELŐKÉSZÍTŐ BIZOTTSÁG MEGBIZÁSA FOLYTÁN

A BUDAPESTEN GYŰLEKEZŐ NEMZETKÖZI IX. STATISZTIKAI CONGRESSUS

ELÉ TETJESZTI

LEWIN JAKAB,

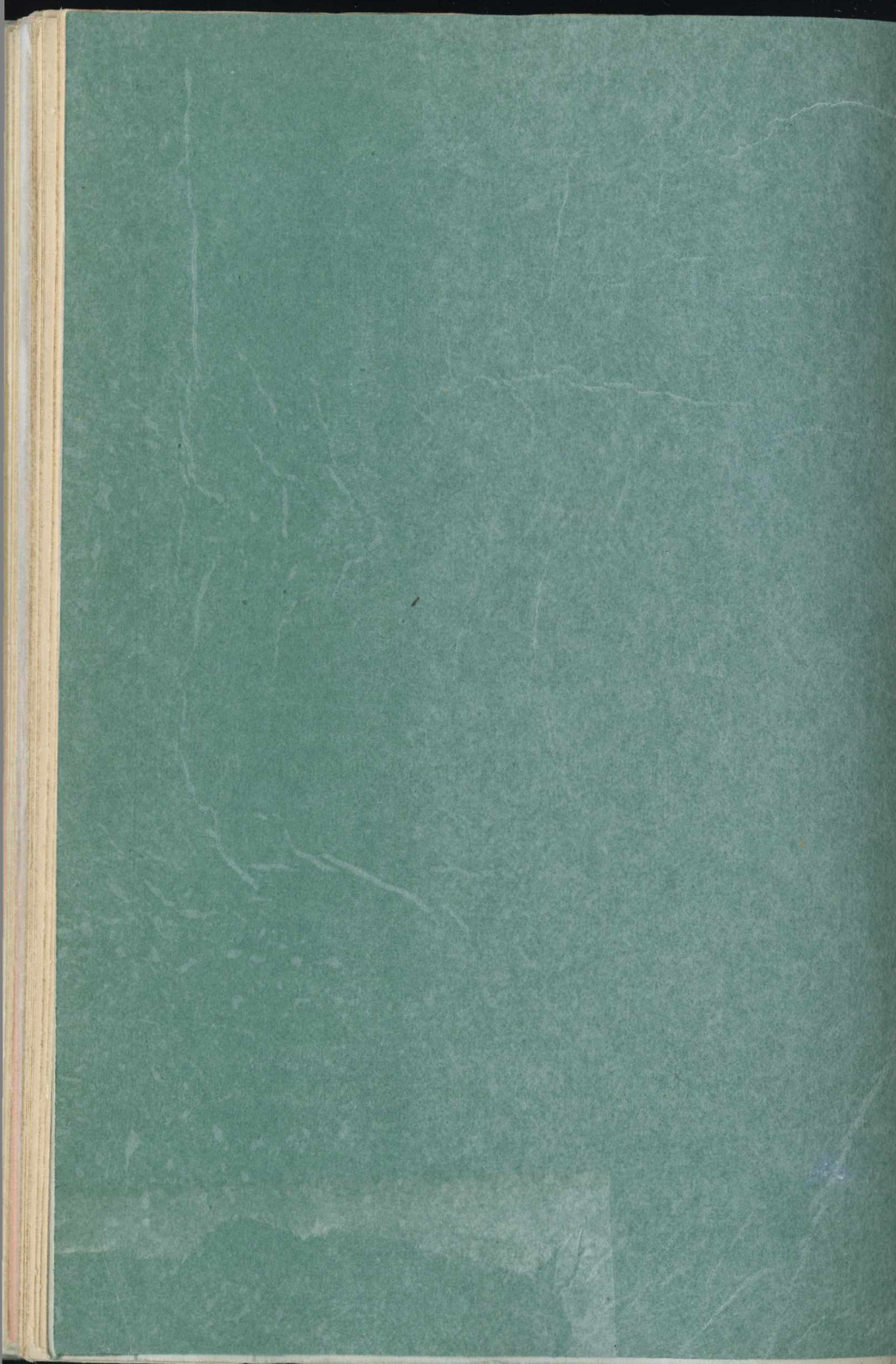
A BUDAPESTI KARSZÉKÉLMÉNY-AKADÉMIA IGAZGATÓJA.



19.

BUDAPEST, 1876.

PESTI KÖNYVNYOMDA-RÉSZVÉNY-TÁRSASÁG.
(Hollá-utczán 4. sz.)



JELENTÉS

A

HALANDÓSÁGI TÁBLÁK KISZÁMITÁSA ÉRDEKÉBEN A STATISZTIKA RÉSZÉRŐL TELJESITENDŐ
KÖVETELMÉNYEK IRÁNT.

AZ ELŐKÉSZÍTŐ BIZOTTSÁG MEGBIZÁSA FOLYTÁN

A BUDAPESTEN GYÜLEKEZŐ NEMZETKÖZI IX. STATISZTIKAI CONGRESSUS ELÉ
TERJESZTI

LEWIN JAKAB,

A BUDAPESTI KERESKEDELMI AKADEMIA IGAZGATÓJA.

LEBEN

DE BALLAGI GEZA.

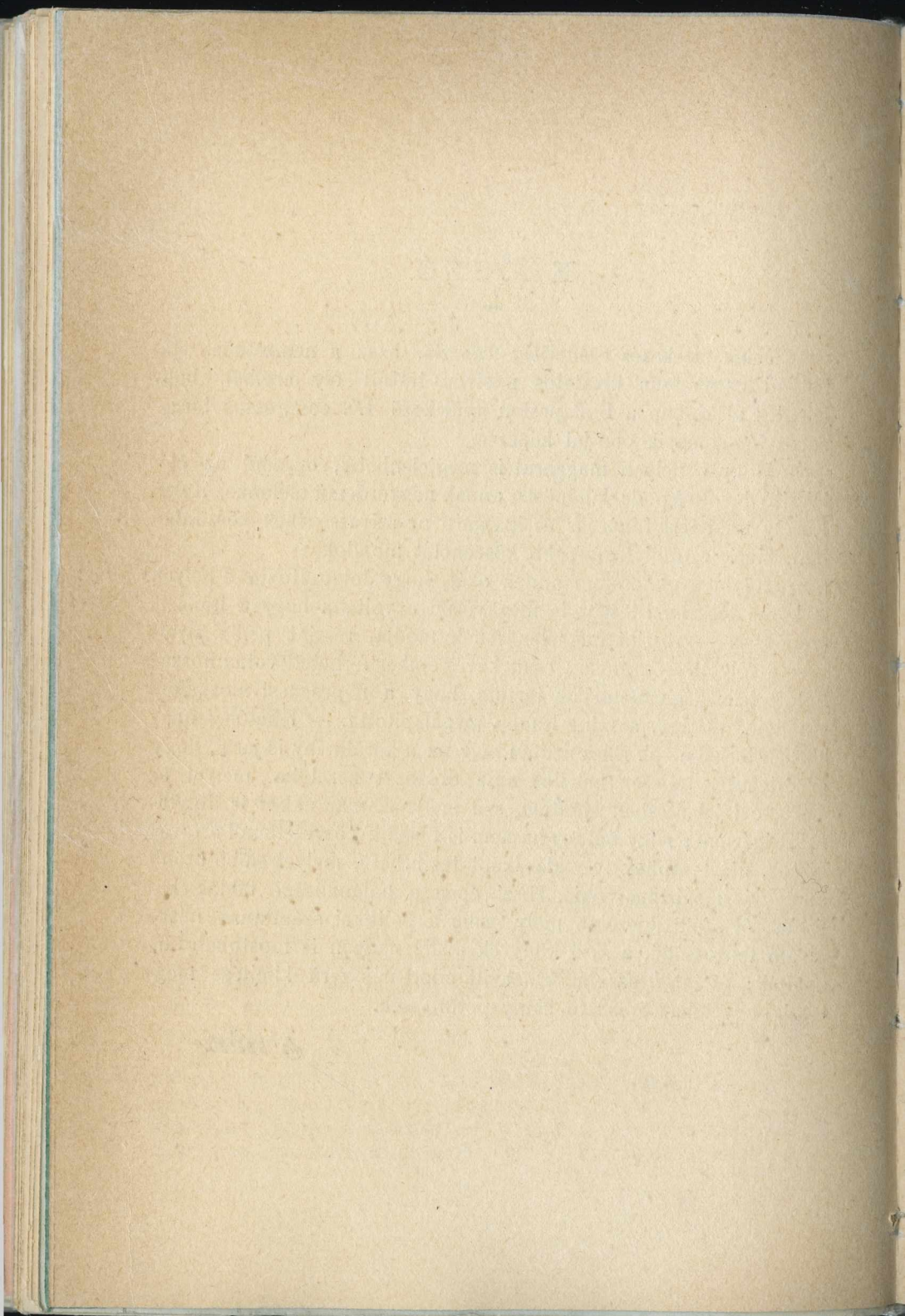
ELŐSZÓ.

Jelen értekezés eredetileg francia, azaz a nemzetközi statistikai congressus hivatalos nyelvén íratott oly czélből, hogy jelentés alakjában a Budapesten gyülekező IX. congressus tárgysorozatának egyik pontját képezze.

Hogy e helyen magyarul is megjelenhetik, egyedül az előkészítő bizottság, de különösen annak nagyérdemű alelnöke, Keleti Károly ministeri tanácsos és igazgató ur szivességének köszönhetem, kinek ezuttal legforróbb köszönetet mondok.

Röviden elmondom annak okát, hogy dolgozatomat e helyen is közzé teszem. Először is meggyőződve voltam, hogy a francia eredetihez — részint megjelenésének módja, részint pedig nyelvezete folytán — aránylag csak kevés ember férhetett volna hozzá; holott felette kívánatosnak tartom, hogy a népesedési mozgalom elmélete, — úgy, a mint Knapp megalapította, — lehetőleg nagy körben terjedjen el. Ehez azután még az a körülmény is járul, hogy ez értekezés teljesen beleillik ama dolgozat keretébe, melyet az 1875. évi jelentésben kiadtam, s a melynek már akkor is folytatását ígértem; s így hát, ez ha nem is fűződik közvetlenül a tavalyihoz, mégis annak folytatásaként tekinthető, melyet előbb-utóbb amugy is megírtam volna. Hisz' épen a halandósági táblák készítéséről szóló fejezetet, mely pedig a politikai számtanra nézve kiváló fontosságú, a kézi könyvek eddig nagyon is mostohán tárgyalták; és talán ez elméletnek itt adott népszerű kifejtése megteszi, hogy amaz érezhető hiány pótoltsassék.

A szerző.



1. §. Könnyen érthető, hogy csak habozva vállalkoztam a következőkben foglalt jelentés elkészítésére. Eddigelé ugyanis, hiányozván az alkalom, a statisztikai gyakorlat terén csak kevés tapasztalatot gyűjthettem, s így csak aggódva állhattam rá arra, hogy oly kiváló férfiak körében, kik hivatásból teljes tevékenységüket szentelheték a szociális jelenségek tanulmányozásának, a statisztika egyik legnehezebb kérdéséről referáljak. Azután még felmerül az a nehézség is, ha vajjon megkülönböztethetem-e mindig a gyakorlatilag keresztülvihetőt attól, a mi keresztül nem vihető? De e kételyeket eloszlatá annak megfontolása, hogy a szőnyegen forgó kérdésnek van még, bár eddig elhanyagolt, de azért kiváló fontosságú elméleti oldala is, melylyel már évek során át előszeretettel foglalkoztam úgy, hogy ez irányban — legalább hiszem — elég jártasságot és tájékozottságot szereztem.

Azonkívül számítok a t. gyülekezet elnézésére is, remélvén, hogy a jóakaratot tettnek veendi; részemről pedig örömmel fogadom majd a gyakorlati szempontból nyerendő felvilágosításokat.

Feladatomból lényegileg arra szoritkozok, hogy kritikailag egybefoglaljam azt a három dolgozatot, mely a felforgó kérdés iránt az állandó bizottság meghagyásából elkészítettvén, annak Stockholmban előterjesztetett; és hogy az e három véleményadásban foglalt, valamint saját nézeteimet is indokolva, esetleg módosítva, olyképen szövegezett kérdésekbe foglaljam, hogy azokra a congressus „igen“-nel vagy „nem“-mel felelhessen.

Az említett 3 vélemény adás a következő:

1. v. Baumhauer, »Mémoire sur la construction ou les calculs des tables de survie et de mortalité«; mely dolgozat, miként azt egy, a statisztika terén nagy érdemeket szerzett agg munkástól másként várni sem lehetett, sok becses tanácsot és termékeny eszmét tartalmaz, de nem jutott el határozott határozatok felállításáig, minélfogva a jelentésttevő nem is bocsátkozhatik polémiába, még pedig már azért sem, mert a tisztelt szerző gyakran idézvén magamagát, azonkívül, mit már eddigi számos értekezésében e tárgyra vonatkozólag kifejtett, nem igen mond újat és olyant, mit már eddig is nyilvánosan meg nem bíráltak volna.

2. Körösi, „Welche Unterlagen hat die Statistik zu beschaffen, um richtige Mortalitätstafeln zu gewinnen“.

Szerző több buzgósággal, mint előkészülettel kísérti megoldani „a statisztika megoldatlan problémáját” — miként azt Hopf nevezte; több ügyességgel mint sikerrel bírálhatja elődei ebbeli kísérleteit —; eredményeit ugyanis, — az úgynevezett individualis módszert — méltán ellenzik a gyakorlat emberei, mert az felette fáradságos és csaknem forradalminak mondható. Fejtegetéseiben őt ama dicséretes szándék vezette ugyan, hogy a költözködés befolyását elhárítsa; de indokolatlanul kizárván a matematika segítségével, módszere hamis eredményre vezet, — arra t. i., hogy az elköltözőtötteket (valamint azokat, kiknek azonossága meg nem állapítható) olybá tekinti, mintha a kérdéses helyen soha nem is léteztek volna.

Körösi ur resolúcióit tehát nem ajánlhatom elfogadásra; époly kevésbé bocsátkozhatom a Hermann-féle módszerről adott bírálatába, mert nézetem szerint e kritika, bár magában véve becses lehet, nem tartozik szorosan a minket foglalkodtató feladat keretébe.

3. Becker, „Zur Berechnung von Sterbetafeln an die Bevölkerungstatistik zu stellende Anforderungen“.

Az élelemjű szerző e véleményadásában alaposan és a tudomány mai színvonalához mérten fejtegeti kérdésünket és abban — népszerűsítve és bírálva azt — főképen Knapp alapos dolgozatára támaszkodik, ki Beckerrel csaknem egyidejűleg megteremtette a népesedési mozgalom modern elméletét (Theorie des Bevölkerungswechsels). A népesedés hullámozása folytán beálló zavarodásokat szerző oly alaposan és behatóan tárgyalja, mint senki előtte. — Ily módon oly resolúciókra jutott el, melyeket egész terjedelmükben ajánlhatok a t. cengressusnak elfogadás végett, azokat csak két kivánsággal bátorokdván megtoldani. Ha e nagy dicséret mellett némi gyenge kifogást is akarnánk kockáztatni, úgy ez abban állana, hogy szerző talán nagyon is alapos volt és a kritika jogát határán túl terjesztette; mert a „halandóság“ fogalmának nagyon is tág definitiójából indulván ki, fejtegetései keretébe mesterkéltn mérési módokat von be, melyek inkább már a múltba tartoznak, nem pedig a jövőbe, és a melyekről maga is bevallja, hogy inkább csak relativ becsek.

Mielőtt a benyújtott véleményadások iménti rövid jellemzését behatóan indokolnám, természetesen előbb saját álláspontomat kellene kifejtenem, mert a szönyegen levő kérdés, felette tág szövegezésénél fogva, különbözőképen fogható fel. De félreértésektől tartván, jónak látom előrebocsátani a népesedési mozgalom elméletének azon tételeit, melyek a következők megértésére okvetlenül

szükségesek. E tételek főképen Knapp,¹⁾ részben pedig Becker jeles dolgozataiból vannak átvéve; magamnak csak azt a szerény érdemet tulajdoníthatom, hogy azokat, a mennyire lehetett, matematikai mezőkből kivetköztetvén, tágabb köröknek tettem hozzáférhetőkké.

2. §. Mihelyest halandóságról van szó, úgy a feladat azon fordul meg, hogy élők és halottak számszerűleg meghatározott bizonyos tömegeit egymással vonatkozásba hozzuk.

E tömegeket Knapp szerint összességeknek fogjuk nevezni.

Mínt hogy pedig ezek egymásra való vonatkozásáról, de főképen a halottak viszonyáról amaz élőkhez van szó, a kiknek létszámához valaha ama halottak is kivétel nélkül valamennyien tartoztak, úgy — mielőtt számításához fognánk — tudnunk kell, vajjon az összességek magukban véve mily kapcsolatban vannak egymással, mi azonban nem függ azok valódi szám-nagyságától, hanem oly jegyeiktől (charakteristikon), melyek által elkülönítve és meghatározva vannak. Ilyen megkülönböztető jegyek a következők:

1. Faj-jegyek, vagyis olyanok, melyek a tagok minőségére vonatkoznak (nem, állás, házas-e, sat.).

2. Hely-jegyek; azaz a területnek, melyen belül a tagok megfigyeltetnek, szoros meghatározása.

3. Idő-jegyek, minők a születés vagy életben levés, vagy pedig az elhalálozás idejének és végre az életkornak meghatározása. Mindjárt itt megjegyezhetni, hogy ez időbeli viszonyok nem függetlenek egymástól, hanem hogy már kettejőkből teljesen meghatározható a harmadik, mi az életkor meghatározásából is következik. Ugyanis, valamely egyén életkorát bizonyos időpontra vonatkozólag (a mikor még életben van, vagy pedig meghal) úgy nyerjük, ha abból az időből, mely valamely határozott epochától pld. Krisztus születésétől fogva a kérdéses időpontig lefolyt, kivonjuk azt az időt, mely ugyanattól az epochától egészen a kérdésben forgó egyén születéséig folyt le.

E tételből pedig egyszerűen vezethető le az az eljárás, mely szerint két tetszés szerinti időmeghatározásból összeadás vagy kivonás által a harmadik nyerhető.

¹⁾ Részemről Knapp következő munkáit használtam: Über die Ermittlung der Sterblichkeit aus den Aufzeichnungen der Bevölkerungsstatistik. Leipzig 1868. — Die Sterblichkeit in Sachsen. Leipzig 1869. — Theorie des Bevölkerungswechsels. Braunschweig 1874. — Azután még különböző folyóiratokban szétszórt értekezéseket és bírálatokat.

A mérés módjára nézve csak az idő-jegyek birnak fontossággal, bár annak eredményére a többiek is befolyással lehetnek. Ez okból a következőkben az összességeket csak az időbeli jegyek tekintetéből fogjuk vizsgálni, iparkodván majd, hogy azokat — mindennemű matematikai segédeszköz kikerülésével — tisztán grafikai úton ábrázoljuk, mihez a következő bevezető elmékedések szükségesek.¹⁾

3. §. Könnyen elképzelhető egy oly lajstromnak a berendezése, melybe természetes időrend szerint az egy helyen születtek, születésük ideje, valamint azok netalán bekövetkező halála az elért életkorral (halálozás korával) együtt bejegyeztetnék. Alakja pd. a következő lehetne:

Név	A születés ideje			Mily korában halt meg?
	év	hónap	nap	
A	1869	január	27	
C	»	»	29	
E	»	február	1	† 8 napos
G	»	»	4	† 6 napos
stb.		stb.		stb.

Egy ilyen lajstrom — ha a költözködéstől eltekinthetni — mindennemű felvilágosítást szolgáltathat a népesség állása és mozgalma felől, sőt — itt-ott csekély számítás alapján — minden egyéb adatot is, melyet különben csak születési, halálozási és népszámlálási lajstromokból meríthetni. — Fentebb közlött mintánkból csakugyan igen egyszerűen tudhatni meg, kik és hányan élnek még valamely határozott napon, teszem 1876-ki január

¹⁾ Knapp már 1868-ban, alapvető munkájában a benne analytikai úton levezetett tételeket mértani szerkesztések által magyarázta, melyeket az 1869. és 1874. műveiben még nagyobb tökélyre vitt. A grafikai ábrázolásra tett későbbi kísérletek valamennyien, a magunkét sem véve ki, egyesegyedül Knapp eljárásának módosításai. Becker azáltal iparkodott egyszerűsítést eszközölni, hogy Knapp születési görbáját egyenes vonal által helyettesítette. Magam is azáltal törekedtem az eljárást még inkább egyszerűsíteni, hogy: 1-ször 60°-nyi hajlásszöggel bíró tengelyrendszert vezettem be, 2-szor pedig azáltal, hogy nem vettem fel két tengelyt — egyikét a születési idő, másikat a megfigyelés idejének jelölésére, — hanem csak egyetlen egyet; a kort pedig az élet vonalain jelölöm. Később láttam, hogy az ábrázolás e módját munkája egyik jegyzetében W. Lexis is megpendítette s így hát övé az elsőbbség, bár a megpendített eszmét nem vitte keresztül. — Zeuner, »Mathematische Statistik« című munkájában térősszrendezőket használ, miáltal az eredmények a térbeli vonalkozás felfogásában gyakorlottak részére igen szemléletiekké válnak ugyan, de maga az ábrázolás főlöszlegesen bonyodalmas és azonkívül a születési és halálozási folyamat folytonosságának nem igazolható felvételeit kívánja.

29-én, s mily koruak ekkor, — egyszóval bizonyos censust eszközölkhetünk; e végre ugyanis a lajstromban csak meg kell keresnünk azokat, kiknél a halálozás rovatában még nincs jegyzet. Így a mi példánkban nevezett napon életben van még A.... és C....; és pedig A...., születvén 1869. január 27-én, 7 éves és 2 napos, holott C.... két nappal később születvén, épen 7 éves. — Ép így megtudhatni a lajstromból, tekintetbe vévén a halálozási rovatot, kik és hányan haltak meg valamely határozott születési időszakból, továbbá, hogy milyen korban haltak meg és melyik napon? Így pd. (lajstromunk szerint) E.... nyilván 1869. február 9-én, G.... pedig ugyanazon évi febr. 10-én halt meg, mit, tekintettel az életkor meghatározására, könnyű számítás által állapíthatni meg.

De még ez egyszerű számítások is fölöslegessékké s azonfelül bizonyos viszonyok, minők a születések sűrűsége, az élettartam sat., közvetlenül szemléltethetőkké válnak, ha a fentebb adott lajstrom-mintákon csekély módosításokat eszközölünk, miként a következő schéma mutatja:

Név	A születés ideje			Hány nap mulva halt meg?															
	éve	hónapja	napja	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A . . .	1869	január	27	—————															
	»	»	28	—————															
C . . .	»	»	29	—————															
	»	»	30	—————															
	»	»	31	—————															
E . . .	»	február	1	—————															†
	»	»	2	—————															
	»	»	3	—————															
G . . .	»	»	4	—————															†
	»	»	5	—————															
	»	»	6	—————															
	»	»	7	—————															
	»	»	8	—————															
	»	»	9	—————															
	»	»	10	15 ^o	—————														
	stb.			stb.															

Azonnal szembeötlök a különbség emez és az első táblázat között. Míg az 1-ső lajstromban a születések időrend szerint

még ha ebben ugrások voltak is, egymásután a vízszintes sorokba vezettetlek be, addig ez utóbbi schémában az egy napra eső születések az egyentávolságu soroknak csak egyikébe iratnak, akár egy, akár több születés essék is arra a napra, vagy pedig egyetlenegy sem. És míg az 1-ső lajstrom halálozási rovatába az elért életkor csak számokkal van beírva, addig a 2-dikban e rovat folyó számokkal jelelt függőleges vonalak által egyenlő részekre van osztva, és pedig olyképen, hogy e vonalak egymástól való egyenlő távolsága ép akkora, mint a vízszintesek-é, miáltal a napokban kifejezett életkornak mértani meghatározása válik lehetővé.¹⁾ E czélból még csak abban kell megállapodnunk, hogy valamely egyén születését a 0-adik függőlegesben és a születési időnek megfelelő vízszintes vonalban ponttal jelöljük, halálát pedig ugyanezen vízszintes vonalban és ama függőlegesben, mely épen a napokban kifejezett életkornak felel meg, keresztlet vagy pedig szintén ponttal jegyezzük, s hogy végre az élettartam a születési és halálozási pontot összekötő vastagabb egyenes által ábrázoltassék, miként ezt a 2-dik schémában látni. E berendezés folytán közvetlen szemlélet vagy pedig igen egyszerű mertani szerkesztés által áttekinthetni a népesedési mozgalom minden jelenségét, kivéve a költözködést.

Igy pd. első tekintetre megtudjuk a születéseknek nemcsak számát, hanem egyszersmind azok gyorsabb vagy lassub egymásutánját egyes időszakokban, azaz a születések számának viszonyát a megfelelő időszakhoz, tehát egy oly viszonyt, melynek fontosságára Knapp utalt először, azt a „születési sűrűség“ nevezete alatt vezetvén be a tudományba.²⁾

Hasonlóképen egyesek élettartama, valamint ennek összehasonlítása tisztán szemléleti dolog. Egyszerű szerkesztés által megtalálhatni továbbá minden egyesnek halálnapját. E végre csak az erősebben jelölt életvonal hosszúsága a 0 függőlegesen a születés pontjától kezdve lefelé kijelölendő, végpontja a keresett datum; vagy pedig a halálozás pontján át meghuzzuk a

¹⁾ A szövegben feltételeztük, hogy a nap képezi a legkisebb időegységet, mely a születés idejének és az életkor meghatározásánál még tekintetbe jő. De világos, hogy épen ugy egy tetszészerinti más, a napnál akár kisebb időegységet is választhatni. — Abban az esetben is könnyű az eligazodás, ha netalán egy napon (vagy általában egyidejűleg) több születési eset volna bejegyzendő. Ugyanis minden nehézségnek eleje van vége, ha ily esetben a megfelelő időrészt sorának első rovatába az egyidejűleg születtek neveit sorszámokkal jelölve írjuk be; azok meghalása pedig ugy jelölendő, hogy a különben is használt kereszt vagy pont mellé még a halottnak sorszámát is írjuk. A „születési pont“ ily esetben többszörös pontnak tekintendő.

²⁾ Becker azt a „túlélési sűrűség“ fogalmává tágitotta ki, értvén ez alatt a bizonyos időszakban valamely kor-határt meghaladók számának viszonyát amaz időszakhoz. A születési sűrűség tehát csak (0 korra vonatkozó) specialis esete a „túlélési sűrűség“ általánosb fogalmának.

kis négyzetek (a mi példánkban pontosított) átlóját, azaz egy olyan egyenest, mely a függőleges és vízszintes iránynyal egyenlő (45° -nyi) szöget képez, e vonal alsó végpontja szintén megadja a kívánt datumot; így a mi példánkban találjuk, hogy E.... február 9-én, G.... pedig 10-én halt meg, stb.

Az imént említett átlók még egyéb czélok tekintetében is fontosak; pótolják mintegy a népszámlálást. Segítségökkel ugyanis meglátni, ha vajjon valamely egyén bizonyos napon életben van-e még és mennyi idős akkor, még pedig olyképen, hogy megnézzük, vajjon az élet vonala a megfelelő átlóban végződik-e, vagy pedig át is metszi azt; a függőleges vonalakkal képzett metszőpontok feltüntetik az illető egyén életkorát. Így a mi példánkban 1869. február 9-én, mely napon E.... meghalt, a (példánkba felvett) többi 3 egyén még él, és pedig e napon A.... 13, C.... 11 és G.... 5 napos; február 6-dikából kiinduló átlót huzván, látjuk, hogy e napon még mind a négy egyén él, és hogy akkor A.... 10, C.... 8, E.... 5, G.... pedig 2 napos, stb.

Nem ütközhetünk meg azon, hogy azok az egyének, kik valamely határozott napon egyidejűleg életben vannak (mint a példánkbeli 4 egyén), különböző koraik; hisz' különben egy és ugyanazon a napon kellett volna születniök. Minthogy pedig ez eset nem forog fenn, ugy csak különböző időben lehetnek egykorúak. Ha schémánkban, az 5. függőlegest kipontozván, ama pontokon át, melyekben ez az életvonalakat metszi, átlókat vonunk, ugy szerkesztésünk azt mutatja, hogy élte 5-dik napját A.... 1869. febr. 1-én. C.... 3-án. E.... 6-án, és G.... 9-én érte el.

Lényeges fontosságu tehát az, hogy az élők valamely összességében megkülönböztessük az egyidejűket az egykorúaktól.

Egyidejűeknek nevezzük ugyanis azokat, kik valamely határozott időpontkor mint élők megfigyeltettek; ezek a kérdéses időben szigoruan véve nem lehettek egyenlő koraik, mert szorosan véve nincsen, vagy legalább csak kivételesen fordul elő azonos idejű születés.

Egykorúaknak pedig az oly élőket nevezzük, kik pontosan elérték egy és ugyanazt a kort, kik tehát egy és ugyanazon életkori fokozaton, röviden kor-fokozaton vannak; nyilván való, hogy különböző egyének csak különböző időben érhetik el az egykorúságot.

Ezek után alig szorul igazolásra az, hogy schémánkban az átlókat az »egyidejűség vonalai«-nak, a függőlegeseket pedig az »egykorúság vonalai«-nak nevezzük.

S így még csak egy lépés szükséges arra, hogy eddigi schémánk helyett tisztán grafikai képet nyerjünk. E célra (mint-hogy a nevek nem tartoznak a dologra) schémánkból egyedül a függőlegest (az idő tengelyt vagy születés vonalat) és a vastagabban jelzett életvonalakat tartjuk meg; a többit egyszerűen elhagyjuk, feltéve természetesen, hogy ismerjük az időegységnek megfelelő hosszegységet és hogy az időtengelyen egy időpont mint kiinduló pont meg van határozva. E követelményeknek megfelel az I. alatti idom (I. tábla), mely — kisebb méretekben — schémánkat helyettesíti.

De célunknak az imént tárgyalt grafikai ábrázolás még mindig nem felel meg teljesen, úgy hogy azon még némi (tisztán irányváltozásokra szorító) módosításokat kell tennünk, miáltal a II. idomot nyerjük, melynek magyarázatába egyuttal röviden beleszójuk az eddig előadottakat is.

4. §. Ábrázoltassék a felülről lefelé haladó XX' vonal (idő tengelye) által a folyó idő; egy tetszés szerinti 0-pont által pedig (mely, természetesen, idomunkon kívül is eshetik) az időszámítás kezdete (pd. Krisztus születése). Egy tetszésszerinti mérték alapján, melynek hosszegysége megfelel az időegységnek, XX' vonal egyes darabjai (metszékei) a lefolyt időt ábrázolják. Így pld. idomunkban az 1869-nek megfelelő pont az időtengelyen a közte és a zeruspont között fekvő darabot, tehát a Kr. születése óta lefolyt 1869 évet jelöli, s így maga a pont az 1869. december 31-ét (s egyuttal az 1870. év kezdetét.) Az 1869 és 1870 között foglalt darab pedig az 1870-ki naptári évet ábrázolja, s. i. t.

Mindenik ujdonszülött valamely népesség többi egyéneitől eléggé megkülönböztethető azáltal, hogy feljegyezzük születésének idejét, — tehát az által, hogy azt az idomzatban kellő helyen megfelelő születési pont által jelöljük.

Az ilyen születési pontból tetszésszerinti más irányban vont egyenes, pld. *kl* az élet folyamát jelöli, annak hosszasa pedig, a felvett mértékegységgel méretvén, az egyenleg lefolyt időt, az egyén életkorát, illetőleg élettartamát jelzi. Az élet megszűntével (vagyis a halál beálltával) bevégeződik az élet vonala is, mely azt ábrázolta és a melynek végpontja ez okból halálozási pontnak hivatik; az életvonalnak a születési és halálozási pont között foglalt hossza pedig a teljes élettartamot ábrázolja. Az életvonal iránya az időtengelyhez képest tetszésszerint választható. Az eddig szokásban volt ép szög helyett hatvan foknyi hajlásszöget választottam, minek célszerűségéről majd később győződünk meg. ¹⁾

¹⁾ A további fejtegetésekre a mértanból csak a következő egyszerű tételekre van szükségünk:

I. Mindegyik háromszögben a 3 szög összege egyenlő 2 épszöggel (180°).

Ha már most valamely megfigyelési területen született (határozott minőségű) valamennyi egyén számára ily életvonalakat húzunk, akkor a megfigyelt terület népességében a születések és halálesetek által okozott valamennyi jelenség és változás teljes képét nyerjük, ²⁾ még pedig olyan képét, mely teljesen pótol bármely lajstromot.

Egyébiránt grafikai ábrázolásunkat könnyen kibővíthetjük olyképen, hogy általa a költözéseket is jelölhessük. Ennek eszközlésére csak meg kell állapítanunk, hogy kihuzott vonalal az életfolyamnak csak ama részét ábrázoljuk, mely a megfigyelés területén foly le, annak pedig e területen kívül lefolyó részét csak szakodozott vonalal. Az oly pontok tehát, melyekben szakodozott vonal kihuzottba, vagy — fordítva — kihuzott vonal szakodozottba megy át, első esetben beköltözést, másodikban pedig elköltözést jelent. Idomunkban pld. *pq.* vonal elköltözést, *rs.* pedig beköltözést tüntet fel.

Igy hát rajzunk területét, — mely jobbra a legmagasabb életkor által határoltatik, lefelé pedig határ nélkül terjed, — kihuzott vonalak kezdő- és vég pontjai árasztják el, s ezek születéseket és haláleseteket, be- és elköltözéseket jelölnek.

Ha továbbá meghuzzuk (párhuzamosan az élet tengelyéhez) az »egykorúság vonalait«, vagy pedig 60° -nyi szög alatt az »egyidejűség vonalait«, úgy ezek az élet vonalait metszik; valamennyi így támadt pont élőkét jelent, és pedig első esetben egykorúakat, másodikban egyidejűeket.

5. §. Ha pedig, mint azt a halandóság mérése megkívánja, határozott összességeket az időköriülmények szerint akarunk elkülöníteni, úgy szerkesztés által ezt olyképen eszközölhetjük, hogy rajzunkban az időhatározományoknak megfelelő pontokon át az egymással mindig 60° nyi szöget képező 3 főirányhoz (az életvonal, az egykorúság és egyidejűség vonalaihoz) párhuzamos határvonalakat húzunk.

Igy pld. első pillantásra látni, hogy *n' N''* vonal, mely az

II. Ha valamely háromszögnek 3 oldala egymással egyenlő (egyenoldalú háromszög), úgy annak 3 szöge is egyenlő, egymással tehát mindegyik 60° -nyi. Rövidebben: mindegyik egyenoldalú háromszög egyúttal egyen szögű; és megfordítva; Minden egyenszögű háromszög egyúttal egyenoldalú. Ha tehát tudjuk, hogy valamely háromszög tetszésszerűn 2 szöge külön-külön 60° -kal egyenlő, úgy már állíthatjuk, hogy a háromszög egyenoldalú. — (Ez a körülmény igazolja a 60° -nyi szögnek a választását).

III. Két egyenközü vonalnak más két egyenközü között foglalt darabja egymással egyenlő.

²⁾ Arra, hogy a kivételképen egyidejűleg szülötteket is bejegyezhessek, Becker javaslata szerint csak az szükséges, hogy a közös születés pontból vastagabb életvonalat húzzunk, azt a bekövetkező halálesetekhémerten mindig vékonyabbnak és vékonyabbnak vévén. A hol valamely vastagabb vonal vékonyabba megy át, ott halálozási pont van.

n' születési ponton át párhuzamosan az élvonalhoz huzalott, az n' idő előtt születetteket elkülöníti azoktól, kik ez időpont után születtek. Egy második ilyen párhuzamos n'' N'' az elsővel együtt egy (vízszintes) sávolyt határol, mely magában foglalja mindazoknak élvonalait (tehát halálozási és költözéspontjait is), kik n' és n'' időpontok között születtek, vagy a kik (miként olykor szintén mondani fogjuk) $n'n''$ nemzedékhez tartoznak. Ha tehát, előbbi megállapodásunk szerint, n' és n'' a felvett aera óta lefolyt két időtartamnak számszerinti kifejezései, akkor $n''-n'$ nyilván a nemzedék határozó hosszát fejezi ki. Minthogy pedig az említett határvonalak az élet vonalaihoz párhuzamosak, úgy ezutóbbiakat soha nem metszhetik.

Ép úgy az a' kor-ponton át párhuzamosan az XX' időtengelyhez vont $a' A'$ vonal elválasztja az a' kor elérése előtt meghaltak halálozási és költöző pontjait azokéitól, kik e koron túl haltak meg, illetőleg költözködtek. Egy második ilyen párhuzamos $a'' A''$ az előbbi $a' A'$ vonallal ismét egy sávolyt határol, mely magában foglalja mindazoknak halálozási (költözés) pontjait, kik a' és a'' közötti életkorban, vagyis: miként szintén mondhatjuk, az a' -tól a'' -ig terjedő korosztályban haltak meg (költözködtek). A legnagyobb korkülönbség, mely ezek között előfordulhat, kétségkívül $a''-a'$ különbség által fejezhető ki. Világos, hogy az $a' A'$ -nemű vonalak csak azoknak élvonalait érik vagy metszik, kik a' korukban még életben voltak; e metsző pontok tehát az a' -éves egykorúakat jelzik, kikről tudjuk, hogy e kort csak különböző időben érhetik el.

Ha végre XX' tengelyen a t' pontot választjuk ki és azt nem születés, hanem valamely megfigyelés (pld. népszámlálás vagy halálozási lajstrom zárata) időpontjának tekintjük, mit általában jelölhetni, hogy t' ponton át egy másik irányú vonalat fektetünk; pld. $n'm=n't'$ -nek vesszük, és m meg t' pontokon át egyenest fektetünk, úgy t' időnek megfelelő »egyidejű vonalat« nyerünk; és azonnal szembetűnik, hogy e vonal a halálozás (költözködés) t' időpont előtt beállott eseteit elválasztja azoktól, melyek t' után következtek be. Egy másik egyidejű vonal $t'' T''$ az előbbi $t' T'$ vonallal egy egyenközű sávolyt határol, melyen belül mindazoknak halálozása (költözködése) fekszik, kik a $t''-t'$ időszak által elválasztott t' és t'' időpont között haltak meg (költözködtek). Látni, hogy $t' T'$ egyidejű csak azoknak élvonalát érheti, illetőleg metszheti, kik nem haltak meg t' időpont előtt, úgy hogy a támadó metszőpontok azon élőket ábrázolják, kik t' időkor még életben vannak (de azért, mint tudjuk, nem egykorúak).

A szerint tehát, a mint különböző határlásokat egymással kombinálunk, az élők, halottak és költözködők más meg más

összességeit nyerjük, melyek tartalmilag ugyan olykor azonosak is lehetnek, de fogalmilag mindig különböznek egymástól.

De mielőtt ez összességek jellegét, valamint azok egymáshoz való viszonyát behatóbban fejtegetnők, engedessék meg, hogy célszerűség szempontjából még egy további abstractiót tegyünk, mely abban áll, hogy a grafikai ábrázolásból az életvonalakat, s így hát azok metsző- és végpontjait is elhagyván, ezeknek az idomhoz való csatolását a képzelemre bizzuk. Így hát egyes egyedül a határvonalakat tartjuk meg, úgy, hogy most már az élők összességeit egyenes vonalak (az egykorúság v. egyidejűség vonalainak) darabjai, a halottak és költözöttek összességeit pedig határolt, zárt síkdarabok ábrázolják.¹⁾ Valamely egyenes vonaldarabot tehát metszéspontok tartalmazója- vagy röviden tartója-ként tekinthetünk, a nélkül azonban, hogye pontokat megjelölünk; és egy zárt idomot életvonalok kezdő- és végpontjaival képzelünk betöltve, a nélkül hogy azokat valóban rajzolnók. Idomainknak tehát csak pont-tartalmát tekintjük, melyet azonban sehogysem szabad összezavarnunk azok terület- vagy hossz-méretével. Minthogy ugyanis mindmegannyiszor a metszés- és végpontok számát egyedül megfigyelés által tudhatni meg, úgy e szám nem függhet az azt ábrázoló idomok nagysága és alakulásától; s így hát az idomok egyenlőségéből, sőt egybevágóságából nem következethetünk egyuttal az általok ábrázolt összességek egyenlőségére.

Ha tehát ábrázoló idomainkat mennyiségeknek akarjuk tekinteni, úgy azokra csak ama legáltalánosabb tételt alkalmazhatjuk, mely szerint »az egész egyenlő valamennyi részének összegével«; és csak e legáltalánosabb értelemben fogunk valamely egészet részeire bontani, vagy pedig részeiből megalkotni az egészet.

6. §. Lássuk már most közelebbről az összességeket, még pedig először az élők összességeit.

Röviden emlékeztetünkbe idézhetjük, hogy ezek csak kétfélek lehetnek: t. i. vagy egykorúak, v. pedig egyidejűek összességei és hogy azokat grafikailag az egykorúság, illetőleg egyidejűség vonalainak darabjai által ábrázolhatni.

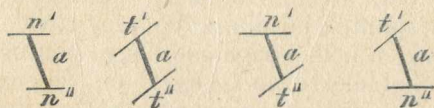
Ha pedig ez összességek az időviszonyok szerint volnának meghatározandók, úgy ábrázolásban a vonaldarabok az adott időviszonyoknak megfelelő pontok által határolandók. De látni való, hogy az esetre, ha az élők valamely tartójában határpontot jelölünk, úgy az metszéspontnak tekinthető, keletkezvén az összességet ábrázoló vonalnak a két másik rendszer

¹⁾ Lexis szerint ugyan az élöket is síkidomok ponttartalma által ábrázolhatnók, de mi az ábrázolás e módját, melyben azonfelül mindig egy határozatlanul maradó, legfelsőbb kor szerepel, kevésbé szemléltetőnek és kevésbé közvetlennek tartjuk.

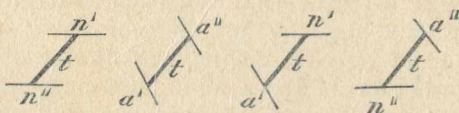
bármelyikébe tartozó valamely egyenessel való találkozásá által. Így pld. a III. idomban az 1876. T egyidejű vonalnak ab darabja egyidejűek összességét ábrázolja; de az a határpont épúgy az 1869. a nemzedékhatár, mint a 7.— a ponton átmenő egykorúság vonalnak az egyidejűség vonalával való metszésének tekinthető.

A mondottakból, nézetünk szerint, legegyszerűbb módja vezethető le az összességek írásbeli jelölésének. Ugyanis egyszerűen a mértani rajzot utánozzuk (mintegy egyes darabokat kölcsönözvén át abból) és a vonalokhoz oda írjuk a határozó időkörményeket.

Igy az egykorúak jegyzésére következő 4 symbolumunk van



az egyidejűek jegyzésére pedig a következő 4:



E jelek nem szorulnak részletesb magyarázatra; mert a ki grafikai szerkesztésünket emlékezetébe véste és annak értelmét felfogta, az — kivált ha eleinte meg-megtekinti az idomot — minden nehézség és további magyarázat nélkül felfoghatja e symbolumok értelmét. ⁽¹⁾

Ép úgy az »életkor« definitiója (2. §.) segítségével mindenki az egy sorban álló négy alakot egymásba átvezetheti; holott egyttal beláthatni, hogy az egyik sor valamelyik alakja nem változtatható át a másik sor valamely alakjává, mivel az egyidejűek és egykorúság összességei már fogalmilag is egymástól különböznek; és látni, hogy e két sor alakjai csak a halottak összességei által hozhatók egymással vonatkozásba.

Itt tehát beérhetjük avval, hogy a mondottakat egynéhány szám-példával magyarázzuk, melyekből azután amúgy is mindenki, a ki a mennyiségtan elemeiben jártas, le vezethetiazt általános vonatkozásokat.

¹⁾ Még csak azt jegyezzük meg, hogy következetesen n a születés, t a megfigyelés (teljesülés) idejét, a pedig a kort fogja jelenteni. Azonfelül a betűkhöz csatolt vonások által az időkörményeket, és pedig egy vonással annak alsó, kettővel pedig felső határát fogjuk jelölni. Rövidség kedvéért évszámoknál az ezres és százas jegyeket el fogjuk hagyni (pld. 65-öt irván 1865 helyett) és a születés idejét, a hol szükséges, a megfigyelés idejétől az által különbözteljük majd meg, hogy ez utóbbit aláhuzzuk.

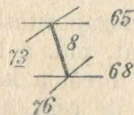
$\frac{65}{68} \text{ } 8$ symbolum azon egykorú élők összességét jelöli, kik

1865 végétől 1868 végeig születvén, a 8-dik korévet élve töltötték be, mi természetesen nem történhetik egyidejűleg, hanem csak fokozatosan 3 egymásutáni év alatt. E symbolum tehát azonos a

következővel: $\frac{73}{76} \text{ } 8$, mely azok összességét jelöli, kik élve töltik be 1873 végétől 1876 végéig a 8-dik korévet; de egyuttal

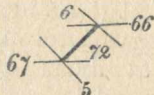
azonos $\frac{65}{76} \text{ } 8$ kifejezéssel, vagyis azon élők összességével, kik 1865

után születvén, 1876 vége előtt töltik be a 8-ik korévet, sat. Ugyanez összességet, ha annak valamennyi időbeli vonatkozását egyszerre akarnók feltüntetni, így is jelölhetnők:



Hasonló módon $\frac{6}{72} \text{ } 5$ symbolum azon egyidejűek összeségét jelöli, kik abban a pillanatban, a mikor az 1872. év véget ér, az 5. és 6. év között foglalt korosztályban vannak. Ez összeség azonos a következővel, $\frac{66}{67} \text{ } 72$ vagyis azok összességével, kik

az 1867. naptári évből való nemzedék közül 1872. végén még életben vannak, sat. Ha minden időbeli körülményt akarunk feltüntetni, akkor ugyanez összeséget még így is jelölhetjük



Ép ily könnyen ábrázolhatjuk valamely népszámlálás eredményeit is. Képzeljük, hogy egy népszámlálást valamely nap-

tári év végén eszközlünk, — mi elméleti szempontból legczélszerűbbnek mutatkozik — pld. 1876. december 31-én, miként a III. idomban jelezve van, melyben egy évi nemzedékek és egyévi korosztályok vannak alapul véve, úgy ez idom: 1-ször feltünteteti a népszámlálás által felvett egyidejűek egyes összességeit, és pedig azon részek által, melyekre az 1876, *T* egyidejűségi vonalat a nemzedéki és korévi határvonalak osztják; 2-szor mutatja, hogy a népszámlálás időpontjára vonatkozó eme föltevés mellett tökéletesen mindegy, vajjon a népességet születési évek vagy pedig korosztályok szerint különböztetjük meg. De ez már nem mindegy akkor, ha a népszámlálást nem eszközöljük épen az év végén vagy elején, hanem pld. *t'* időkor (III. idom); *t'* *T'* egyidejűségi vonal világosan mutatja, hogy ez esetben a születésévi osztályok nem azonosak többé a korosztályokkal. Ilyenkor ez azonosság helyreállítására közvetítő megfigyelések kívántatnak, melyekről később szólnunk.

7. §. Tekintsük már most a halottak és költözötték összességeit.

Hogy mindennemű szószaporitást és ismélést kikerülhessünk, egyelőre csak egy kategoriát, pld. a halottakat fogjuk tekinteni, minthogy mindaz, mit erről a kategoriáról mondani fogunk, a másikra is kiterjeszhető, de csak addig, a míg csak elkülönítésről, jelölésmódról és az egy kategoriába tartozó összességek közötti vonatkozások megállapításáról van szó, a mi tényleg legközelebbi feladatunk. Ez esetben a halottakra nézve kifejtett tételekből a másik kategoriára alkalmazhatókat majd az által nyerünk, hogy a »halálozás« fogalmát a »beköltözés« és »elköltözés« fogalmaival helyettesítjük.

Röviden arra emlékeztetvén, hogy ez összességek grafikai ábrázolása zárt idomokra vezet, melyek tartalmát halálozási pontok képezik, egyuttal megjegyezhetjük, hogy ez idomok általában három oly vonalpár találkozásából erednek, melyeket, párhuzamosan a három főirányhoz, az adott időhatározmányok határpontjain át fektetünk. Az így keletkezett 3 parallel-sávoly közös területdarabja pedig, mely legfellebb hatszögű lehet, nem egyéb, mint a kérdéses összesség grafikai képviselője.

Valamely időkörülmény »határozó hosszának nagysága« vagy röviden »határozó hossza« alatt az időmban az e körülménynek megfelelő két határpontnak egymástól való távolságát értjük; tudjuk, hogy e két ponton halad át amaz egyenközü vonalpár, mely a kérdéses időkörülménynek megfelel, és a mely egyszersmind teljesen közbe fogja a szóban forgó területdarabot. Így pld. az V. idomban *j k l m* összességre nézve a születési idő határozó hosszát az időtengely *o p* darabja ábrázolja.

Ebből következik, hogy az életkor határozó hossza mindig 2 egykorosági vonal közé van zárva, a születési idő-é pedig 2 nemzedéki határvonal közé s végre a megfigyelés (korbetöltés v. halálozás) idejének határozó hossza 2 egyidejűségi vonal közé; egyuttal az is következik, hogy valamely határozóhossz mértéke minden körülmény között lehet egy, a megfelelő párhuzamosakkal 60° -nyi szöget képező tetszés szerinti egyenesnek ama darabja, mely a két párhuzamos között foglaltatik. Így pld. az V. idomban a halottak $jklm$ összességében a halálozási idő határozóhossza, melyet $t's$ $t''s$ ábrázol, úgy kl , mint pedig $z l$ által mérhető.

8. §. Fejtegetéseinket a keletkezhető legegyszerűbb idomon kezdjük, a háromszögen. A háromszög oly összességeket ábrázol, melyeket »elemieknek« akarunk nevezni. (Knapp ezeket »nem-szimetrikus« összességeknak mondja).

Ez összességek teljesen meghatározvák, ha a 3 időköri körülménynek (a születés és halálozás idejének, valamint az életkorának) egy-egy határpontja van adva; a második határpontok mindegyike pedig az életkor definitiójából vezethető le.

Arra pedig, hogy a 3 adott ponton át vont egyenes csakugyan háromszöget (ne pedig pontot) képezzen, okvetetlenül kívánatik, hogy az adott határkor vagy nagyobb, vagy pedig kisebb legyen, mint a határként adott születési és megfigyelési idő közötti különbség; mert ha nincs meg e feltétel, úgy a 3 vonal egy, nem pedig három pontban metszené egymást, tehát nem is határolhatna területet.

A szerint, a mint az életkor az említett különbségnél nagyobb vagy kisebb, az elemi összességek két neme keletkezik, melyeket megkülönböztetés végett egyszerűen »elsőnek« vagy »másodiknak« (vagy pedig »felsőnek« és »alsónak«) fogunk nevezni.

A IV. idomban abc háromszög egy első elemi összesség példája, mely meglehetősen könnyen általánosítható. Vonjunk az 1870. születésponton át nemzedékhatárt, az 1873. időpontot át pedig időhatározó vonalat, és korbelt határnak vegyünk fel 5 évet. Látjuk, hogy ez esetben a korszám 5 nagyobb e különbségnél: $1873 - 1870 = 3$; és hogy e körülmény miatt a keletkezett abc háromszög csúcsa felfelé irányul, mit az első elemi összesség grafikai jellemzőjének tekinthetni. abc háromszög azok összességét képviseli, kik 1871 előtt születvén, 1873 után 5 éven alól haltak el. És általánosan mondhatni, hogy ez esetben (t. i. első elemi összességben) adva van: a születési idő és a kor felső, a halálozási időnek pedig alsó határa.

A végre pedig, hogy a hátralevő határpontokat, tehát a határozó hosszakat is megtalálhassuk, csak a háromszög 3 csúcspontján át párhuzamosakat kell vonnunk a 3 főirányhoz (az idom-

ban csak kipontoztuk) s azokat addig meghosszabbítani, míg az idő tengelyét és egyik életvonalat metszik. Az így nyert szerkezetből azután egyebek között kitűnik az is, hogy példánkban a meghalás kora közötti legnagyobb különbség (tehát az életkor határozóhossza) legfeljebb 2 év lehet. E különbség mértékét ugyanis $a b$ (vagy pedig $a c$ is) képezi; de $a b$ (abc egyenoldalú lévén) $= b c$, ennek pedig egyenlőnek kell lennie 68, 70 hosszzal (mert mindkettő 2 egyenközűnek más 2 egyenközű között foglalt darabja); már pedig 68, 70 nem egyéb, mint 1870—1868, vagyis 2 év, tehát $ab = 2$ év. (Ugyanezt így is bizonyíthatnók: $70, b$ hossza 5 éves kort ábrázol; annak $70, a$ része pedig $= 70, 73 = 3$; marad tehát ab -re 2 év hossza). abc háromszög mindegyik oldala tehát két évi időköz hosszát ábrázolja.

E specialis példát általánosítván, mondhatjuk, hogy: minden elemi összesség egyenoldalú háromszög által ábrázoltatik, mert azt mindig a 3 főiránynyal párhuzamosan haladó egyenesek határolják, a főirányok pedig egymással 60° -nyi szöveget képeznek; ebből pedig az következik, hogy a 3 határozóhossz okvetetlenül egymással egyenlő; de következik továbbá az is, hogy mindegyik határozóhossz szükségképen egyenlő avval a tevőleges vagy nemleges maradékkal, melyet nyerünk, ha az adott korhatárból kivonjuk az adott születési és megfigyelési időhatár közötti különbséget. Minthogy a mi példánkban a 3 hossz mindegyike egyenlő 2 évvel, úgy abc háromszög azok összességét ábrázolja, kik az 1868 végétől egészen 1870 végeig terjedő születési időszakba tartozván, az 1873 és 1875 vége közötti időben 3 és 5 év közötti korban haltak meg.

Második elemi összesség mindannyiszor akkor keletkezik, ha az adott kor-határ kisebb a születés és megfigyelés adott időhatárai közti különbségnél. A IV. idomban $d e f$ háromszög ábrázol egy ily összességet, s látjuk, hogy annak csúcsa lefelé áll; e körülmény tehát a második összesség jellemzője.

Ez esetben mindig adva van: a kor és születésidő alsó, és a megfigyelés (halálozás) idejének felső határa.

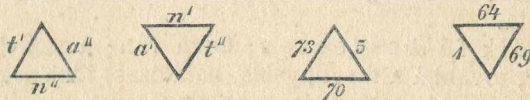
Az idomunkban található spec. példa, $d e f$ háromszög, azok összességét jelenti, kik 1864 után születvén, 1869 vége előtt az 1 évet meghaladó korban haltak meg; ezek pedig azonosak azokkal, kik 1864 és 1868 vége között születvén, 1865 és 1869 vége között 1 éven felül, de 5-ön alul haltak meg, miként ezt a kipontozott egyenközűek világosan mutatják.

A mit az összességek e második neméről még mondhatnánk, ismétlések kikerülése végett elhallgatjuk, utalván arra, mit az elsőről mondtunk.

9. §. Az összességek legszemléltetőbb jelölismódját nyerjük,

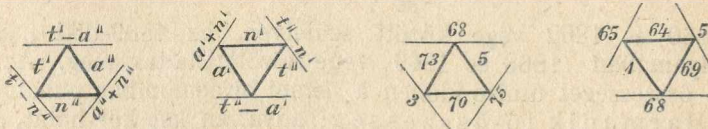
ha a mértani szerkezethez ragaszkodva felhasználjuk az ábrázoló idom grafikai jellegét. Ennélfogva valamely első elemi összesség a csucsával felfelé irányuló háromszög által, egy második pedig a csucsát lefelé fordító háromszög által jelölendő. E háromszögek oldalai mellé az időhatározó körülményeket, vagyis azon számokat írjuk, melyek az adott határpontoknak felelnek meg.

E magyarázat és a IV. idomra való utalás untig elég, hogy minden nehézség nélkül felfoghassuk a következő symbolumok értelmét :



melyek elseje egy első, a következő pedig második elemi összességet, végre a két utolsó a IV. idom példáját jelképezik.

Ha valamennyi időkörményt akarnánk jelölni, vagyis a még hiányzó határpontokat is feltüntetni, úgy a fentebbi jelképeket a következőkkel kellene pótolnunk:



Legkönnyebben találni ezeket a határozóhossz nagyságából, mely első elemi összességnél $a'' - (t' - n'')$ vagy $a'' + n'' - t'$ által, másodiknál pedig $(t'' - n') - a'$ vagy $t'' - (a' + n')$ által fejezhető ki, mely képletek könnyen foglalhatók szavakba.

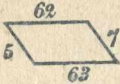
10. §. Lássuk most már a halottak amaz összességeit, melyek, minthogy többnyire azokat puhatolja a gyakorlati statisztika, nagyobb fontosságúak. Ezek a határvonalak két (különböző) párja által határozottatnak meg és fő- (Knapp szerint: szimmetrikus) összességeknek nevezhetők: grafikailag tehát egyenközények által vannak ábrázolva (V. idom).

Ez összességeknek csak 3 különböző neme létezhetik, egymint:

Első főösszesség: adva van két születésidőbeli határ, n' és n'' , (egy nemzedékosztály), valamint két kor-határ, a' és a'' , (egy korosztály).

Ez összességet az V. idomban $b c d e$ egyenközény (I) ábrázolja, melynek oldalai közül kettő vízszintes, az alsó hegyes szög pedig bal felé nyílik.

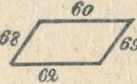
Ez alakzatot, eltekintve az oldalak hosszúságától, ez első fő-összesség grafikai jellemzőjének vévén, annak czélszerű jelölésére használhatjuk, oldalai mellé még csak az adott határidőket irván.

Igy pld.  symbolum azok összességét jelenti, kik 1863-ban

(1862 és 1863 vége között) születvén, 5 éven felül és 7-en alul haltak meg. Az összességek e nemét a hivatalos statisztika eddig nem puhatolta.

Második fő-összesség; adva van: a születési idő két határa n és n' , továbbá a megfigyelés (halálozás) idejének két határa, vagyis azon időszak, melyen át a halálozás megfigyeltetett.


Az V. idomban egy ily összességet $f g h i$ egyenközény (II) ábrázol, melynek két oldala vízszintes, míg az alsó hegyesszög $j o b b$ felé nyílik, mi ismét a jelölésre használható grafikai jellemző-

ként tekintendő. Igy pld.  jelkép azok összességét jelöli,

kik 1860 és 1862 vége között születvén, az 1869-diki naptári év folyamában (1868 és 1869 vége között) haltak meg. Az ilyenmü összességet utolsó időben a német birodalomban puhatolják.

Harmadik fő-összesség; adva van két kor-határ, a' és a'' , valamint a megfigyelés idejének két határa, t' és t'' .

Ez összeséget az V. idomban $j k l m$ egyenközény (III.) ábrázolja, melynek nincsen vízszintes oldala, s a melynek hegyes szögei fel- és lefelé irányulnak, mi ismét a jelölésre használható

grafikai jellemzőt képez. Igy pld.  azok összességét jelöli, kik

az 1873. és 1875. év vége közötti időszak alatt 15 éven felül és 18-on alul haltak meg. A hivatalos statisztika csaknem mindenütt az ily összességeket szokta puhatolni.

11. §. A fő-összességeknél is elsőben az a kérdés merül fel, valjon hogyan kell meghatározni a még hiányzó két határvonalat mert eredetileg itt is csak 2 pár van adva; továbbá, hogy hogyan kell meghatározni két, tetszés szerinti 2 rendszerbe tartozó határvonal metszéspontjait a 3-dik rendszerre vonatkozólag és hogyan mérendő a határozó hossz?

E feladatok egyszerűen oldhatók meg ama, már sokszor idéztem reláció segítségével, mely tulajdonkép nem egyéb, mint az »életkor« fogalmának a definitiója (2. §.). Sőt — ha csak ha-

tárok megállapításáról van szó — az egyenközény nem vízszintes oldalait élők összességeinek kell tekintenünk s ezekre a fentebb (6. §.) kifejtett tételeket alkalmaznunk.

Egyébiránt ábrázolásmódunk ama sajátzerűsége, hogy különböző időrendszerbe (bele értve az idő tengelyét is) tartozó 3 vonal egyenoldalú háromszöget képez, nem kis mértékben könnyíti a következő tételek levezetését.

Egy pillantás az V. idomra tényleg meggyőz arról, hogy a fő-összességek mindhárom neménél csak a hegyes csúcsok lehetnek a 3. rendszerre nézve határ- vagyis oly pontok, melyek által a határvonalak közvetlenül nem adott 3. párja van meghatározva; a tompa csúcsok ellenben metszések pontjait képezik ugyan, de nem határpontokat. ¹⁾

Hasonlóképen csaknem közvetlenül az idomból leolvasható e következő tétel:

A harmadik határozóhossz nagysága egyenlő az adott hosszak nagyságainak összegével.

Mert pld. $j k l m$ 3-dik főösszességben (V. idom) adva van a kor határozó hossza: $r k$, mely egyenlő $r j$ -vel; továbbá a megfigyelés időszaka: $j m$; keresendő pedig a 3-dik, t. i. az idő határozó hossza, melyet op képvisel, s ez ismét $= rm$. De mivel $rm = rj + jm$, úgy $op = rk + jm$, mely egyenlet pedig a bebizonyítandó tétel kifejezése. Hasonló módon vezethetők le a többi összességre vonatkozó megfelelő tételek is.

Noha továbbá $j k l m$ összesség valamennyi halottja szükségképen op születési időszakból való, mégis megfordítva nem állíthatjuk azt, hogy az op nemzedékből kizárólag az $j k l m$ összességben foglaltak haltak meg ugyanazon kor-határok között, vagy ugyanazon megfigyelési időszakban. Mert ugyane nemzedékből valók egyéb halottak is, t. i. azok, kik, bár ugyanazon kor-határok között, de a megfigyelés idején kívül, és olyanok, kik ugyanabban az időszakban ugyan, de az adott kor-határokon kívül halnak meg. Ugyanily fejtegetések az 1-ső és 2-dik fő-összességre is alkalmazhatók, úgy hogy általánosan mondhatni, hogy a három fő-összesség fogalmilag egymástól különböző, azaz esetleg egyenlő terjedelműek lehetnek, de általában (a kivételek alig érdemelnek említést) nem fedezik egymást.

12. §. Válamely fő-összesség tompa csúcsain át a 3-dik rendszerbeli párhuzamos vonalpárt fektetvén, az összesség olynemű felbontását eszközöljük, mely Knapp szerint a »természetes.« ¹⁾

¹⁾ Knapp a határpontokat, tehát ábrázolatunk hegyes csúcsait külső metszés pontoknak; a másik metszést pedig, (mely nálunk a tompa csúcsokba esik) belső metszés pontoknak nevezi.

¹⁾ Megjegyezhetjük, hogy e párhuzamos vonalpár határozó távolsága egyenlő az adott határozó hosszak különbségével.

Az V. idom, melyben a tompa csúcsokon átmenő párhuzamos vonalak kipontozvák, mutatja, hogy minden ilyes felbontásnak eredménye: két elemi összesség, melyek egyike 1-ső, másika pedig 2-od rendű, továbbá egy fő összesség, melynek neme attól függ, hogy határozó hosszai milyen rendszerből valók. Az elemi összességek határozó hosszai egyenlők az adott fő-összesség szűkebb hosszával. Az ujonan nyert fő-összességben az egyik határozó hossz szintén egyenlő az említett szűkebb hosszzal, a másik pedig az eredetileg adott hosszak különbségével.

De nyilvánvaló, hogy a keletkezett új fő-összességre újból alkalmazható a természetes felbontás, s hogy ez eljárás tovább is folytatható; kérdés mármost, vajjon e felbontás eredményét határtalanul mindig csak főösszességek képezik-e, vagy pedig végre többé fel nem bontható elemi összességekre fogunk lán akadni?

Mindenek előtt bizonyos, hogy az esetben, ha az adott határozóhosszak egyike a másiknak többese, a természetes felbontás csupa elemi összességekre vezet. De akkor is, ha a két adott határozóhossz, valamely egységül vett hosszak többesei, végre szintén csupa elemi összességekre jutni a következő felbontás által: osszuk fel az egyenközény egyik oldalát az egységül vett hosszzal egyenlő részekre s húzzunk az osztás pontjain át párhuzamosokat a másik 2 oldalhoz s az így keletkezett sávolyokra alkalmazzuk — a hányszor lehet — a természetes felosztást.

Ez okból oly fontosak az egyenlő határozó hosszakkal bíró fő-összességek, milyeneket a statisztika is puhatol és a minőt a VI. idom ábrázol. Természetes szétbontás által ezek mindig csak két elemi összességre oszlanak, melyek határozó hossza mindig akkora, a mekkora a fő-összességé. A nyert elemi összességek egyike első-, másika másodrendű.

Mindkét összesség a 3-dik rendszerre vonatkozólag közös határvonallal bír (a VI. idomban a kipontozott átló), csak hogy e vonal az egyik elemi összességre nézve felső, a másikra nézve pedig alsó határ. Knapp szerint ez összességeket kapcsolatosaknak fogjuk nevezni. A kapcsolat lehet három féle, a szerint a mint az elemi összességekből alakított fő-összesség más-más rendű. Így pld. efg és $efgh$ 1-ső rendű kapcsolatban vannak, mert a keletkezett főösszesség, $efgh$ maga is 1-ső rendű; kl n és lmn kapcsolata harmadrendű, sat.

Ha pedig megfordítva valamely elemi összesség, pld. abc vagy gh (VII. idom) van adva, úgy ehez három különböző rendbeli olyan elemi összesség (az idomban kipontozva) található, hogy az adottal 3 különböző kapcsolatot képezvén, a 3 különböző rendű főösszességeket eredményezik, melyek mindegyike magában foglalja az eredetileg adott elemi összességet. Az így

keletkezett főösszességeket Knapp szintén kapcsolatosaknak mondja és pedig 1-ső vagy 2-dik mód szerint kapcsolottnak, a szerint a mint a közös elemi összesség első- vagy másodrendű. Így pld. a VII. idombeli eme három fő-összesség: $abcce$, $dabce$ és $abfbc$ az első mód szerint kapcsolottnak, mert a közös elemi összesség: abc első rendű, ellenben $ghkn$, $ghmk$ és $lgkh$ második mód szerint kapcsolottnak, mert közös elemi összességek: ghk másodrendű.

13. §. A VI. és VII. idomból még a következő tételt is olvashatni:

Az egyenlő nagyságú határozóhosszakkal bíró fő-összességekben a 3-dik rendszerbeli határozóhossz két akkora, mint az adott hossz, ¹⁾ a tompa csúcsok a 3-dik rendszer vonalaihoz képest egyenlő fekvésűek, és pedig közép helyet foglalnak el ama párhuzamosokon, melyeket a 3-dik rendszernek megfelelőleg a hegyes csúcsokon át vonunk.

Elég lesz ezt egy példán kimutatnunk.

$$\text{Így e fő-összesség } \begin{array}{c} 68 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 72 \quad 73 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 69 \end{array} = \begin{array}{c} 72 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 73 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 69 \end{array} + \begin{array}{c} 68 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 4 \quad 73 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 73 \end{array} ; \text{ a legszél-}$$

sőbb kor-határ ebben 3 és 5 (év); a kor határozóhossza tehát 2 év vagyis a születési és halálozási idő kettese; az első elemi összesség kor-határai 3 és 4, a másodiké 4 és 5 év; miből következik, hogy a két elemi összesség közös kor-határa (az elsőnek felsője, a másodiknak alsója) 4 év; ez pedig a főösszesség két kor-határa, 3 és 5 között közép-helyet foglal el.

Ép úgy $\begin{array}{c} 74 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 5 \quad 75 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 6 \end{array}$ főösszesség, vagyis azok összessége, kik

1875-ben 5 és 6 éves korban meghaltak, az 1868 végétől 1870 végéig terjedő születési időszak határai közt foglaltatik; azaz e halottak két év nemzedékéből valók, részben az 1869-diki, rész-

ben 1870-dikiből. E főösszesség továbbá egyenlő $\begin{array}{c} 74 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 69 \end{array} 6 + \begin{array}{c} 69 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 5 \quad 75 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 75 \end{array}$;

összeggel; ebben a két elemi összesség pedig közösen bírja az 1869-diki nemzedék-határt, mely ismét a fő-összesség 1863. és 1870. határai között középhelyet foglal; sat.

14. §. Eddigi fejtegetéseink eléggé igazolták az »elemi összességek« elnevezését, mert ezek tényleg azon elemek, melyekből különböző összetétel által az összességek többi nemei alakulnak.

¹⁾ A tantétel eme része különös esetként foglaltatik amaz általánosabb tételben, melyet a 11. §-ban vezettem le.

A gyakorlati statistikának tehát főképen ez elemi összességeket kellene puhatolnia. A haláleseteket illetőleg ez nem járna nagy nehézséggel; csak követni kellene a congressusnak Hágában hozott ama határozatát, hogy »a halotti lajstromban a halottnak nemcsak kora, hanem születési éve is feljegyzendő.«

Az így készült lajstromból a mi célunknak megfelelő kivonatok következő minta szerint volnának készíthetők:

Meghalt	E korosztályban									
	0—1		1—2		2—3		3—4		stb.	
	Az előbbi vagy későbbi születési évből									
	e.	k.	e.	k.	e.	k.	e.	k.	stb.	
1868. évben	a	b	c	d	e	f	g	h		
1869. »	i	k	l	m	n	o	p	q		
1870. »	r	s	t	u	v	w	x	y		
1871. »										
stb.										

Az előbbi és későbbi (rövidítve: e és k) születési évnél elnevezése már az előbbieken leli indokolását, de a következő példák és a VIII. idom segítségével még közelebbről magyarázzuk.

Ez idom t. i. nem egyéb, mint a fentebbi minta grafikai ábrázolása; a háromszögekbe irt *a*, *b*, *c*... betűk, melyek mindannyiszor az elemi összességben foglalt halottak számát jelölik, megfelelnek a fentebbi schémában álló ugyanazon betűknek; e szerint pld. *a* úgy a rajzban, mint a schémában azoknak elemi összességét jelenti, kik az 1868. (későbbi) születési évből származván, 1868-ban 0—1 korban haltak meg; *b* pedig azok elemi összességét, kik ugyanabban az évben és korosztályban haltak meg, mint *a*, de az 1867. (előbbi) születési évből valók, sat. Egybevétvén az idomot a schémával, látjuk, hogy a *k* feliratu rovatokban foglalt számok (pl. *a*, *i*, *n*, vagy *e*, *n*, *v*.) mindmegannyian második elemi összességeket jelölnek, az *e* feliratu rovatokban állók pedig (pld. *b*, *k*, *s* vagy *h*, *g*, *y*) első elemi összességeket. Ép úgy egy tekintet az idomra meggyőz minket az iránt, hogyan kell a schémából a fő-összeségek mindhárom nemét, valamint a mindenik mód szerint kapcsolt elemi- és fő-összeségeket összeállítani. Mert tényleg áll, hogy:

a) az egy sorban álló egy korosztálybeli számok összege, milyen $a+b$, $e+f$, $x+y$, mindig harmadrendű fő-összességet

adnak; ugyanis nyilvánvaló, hogy $a+b = \begin{array}{c} 67 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 0 \quad 68 \end{array}$, $x+y = \begin{array}{c} 69 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 3 \quad 70 \end{array}$ sat;

b) továbbá egy sorban, de szomszédos korosztályban álló két szám összege, milyen $b+c$, $u+v$, $o+p$, sat., mindig másod-

rendű fő-összességet ad; áll ugyanis, hogy $b+c = \begin{array}{c} 66 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 67 \quad 68 \end{array}$

$o+p = \begin{array}{c} 65 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 68 \quad 69 \end{array}$, sat;

c) végre két oly számnak összege, melyek ugyanazon korosztályból, de két egymásra következő sorból valók, s pedig egyike a k , másika a következő sor e rovatából, milyen pld. $l+n$,

vagy $e+o$, első fő-összességet ad; áll ugyanis: $l+n = \begin{array}{c} 67 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 1 \quad 2 \\ \quad \quad 68 \end{array}$

$e+o = \begin{array}{c} 65 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 2 \quad 3 \\ \quad \quad 66 \end{array}$, sat.

Ép ily könnyen találhatók valamely adott elemi összességnek, pld. m -nek (VIII. id.) kapcsolatos elemi összességei: m ugyanis c -vel első, n -nel második és l -lel harmadik rendű kapcsolatban van. Kapcsolatos fő-összesség végre a következő 3: $m+n$, $m+e$, és $m+l$; és pedig mindháromnak kapcsolata első mód szerinti; ellenben $l+m$, $l+n$ és $l+k$ fő-összességek második mód szerint kapcsolóvák.

Mind e tételek az idomban oly egyszerű alakban szemléltethetők, hogy kívánatos volna, ha a statisztikai hivatalokban nemcsak a schémába, hanem egyszersmind a VIII. idom mintájára készült rajzba is bejegyeznék a megfigyelt számokat (elemi összességeket).

Azonkívül Knapp felállította a »szomszédos« fő-összességek fogalmát és elnevezését is, azok felbontására egyuttal a kapcsolatos fő-összességek kipuhatólását vezetvén vissza; de ezek tárgyalásába nem bocsátkozom, meggyőződve lévén, hogy az eddig mondottak kellőképen megvilágítják a Hágában hozott határozat fontosságát, egyuttal eléggé megérthetővé tévén a halottak összességeinek egymással való összefüggését.

15. §. Még csak a költözötték összességeivel kell foglalkoznunk. E végből mindenek előtt be kell bizonyítanunk azt az

állítás, melylyel (7. §.) az összességek fejtegetését bevezettük, azt t. i., hogy a halottak összességeire levezetett képletek arra az esetre is érvényesek, ha azokban a »halottak« helyébe »beköltözöttek« v. »elköltözöttek« iratnak.

A II. idomban ugyanis költözéseket azok a pontok jelölnek, melyekben a kihuzott és szakadozott vonalak egymást felváltják. Minthogy pedig e pontok ép oly szabálytalanul oszolnak el a területen, mint a halálozási pontok, úgy misem akadályozhat minket abban, hogy a halálozási pontoknál követett eljárás módjára ezeket is határvonalak által zárt idomokba foglaljuk, azaz belölők is olynemű összességeket alakítsunk, mint a halottakból.

Tudjuk továbbá, hogy a halottak összességeire vonatkozó tételek levezetését lényegileg a pontokkal telt zárt idomok képzetére, valamint amaz axiómára alapítottuk, hogy »az egész egyenlő valamenyi részének összegével.«

Minthogy pedig sem ama képzet, sem pedig ez axióma sehogysen függ a pontok minéműségétől, úgy okoskodásunk okvetlenül helyes marad még akkor is, ha a halálozási pontok helyett költözési pontokat veszünk tekintetbe; más szóval a megfelelő fogalmak felcserélése által a halottakra nézve érvényes tételekből ép oly érvényeseket vezethetünk le a költözöttekre vonatkozólag is; s ez az, a mit bebizonyítanunk kellett.

Ezek után már csak felesleges ismétlés volna, ha a kifejezések helyettesítését tényleg keresztülvinni, illetőleg a költözöttekre vonatkozó tételeket külön elősorolni akarnók; bizvást az olvasóra hagyjuk ezt.

De az sem szükséges, hogy azel-és beköltözöttek összességeit külön-külön tekintsük, hanem egy lépéssel tovább menve az elköltözöttek számát kivonhatjuk a beköltözöttek számából és csak a maradékot vesszük tekintetbe, mely tevőleges vagy nemleges leend a szerint, a mint a beköltözés nagyobb vagy kisebb az elköltözésnél. Minthogy e maradékot hasonlóképen a területen szabálytalanul szétszórt pontok ábrázolják, ugy az szintén különböző nemű fő- és elemi összességekre oszolható.

Még csak arról kell gondoskodnunk, hogy a különböző osztályú összességeket alkalmas jelölésmód által szintén egymástól megkülönböztessük. Ezt talán legegyszerűbben a symbolumokba irt betűk által eszközölhetjük; és pedig jelentse: M a halottakat, I a beköltözötteket, E az elköltözötteket, végre D a be- és elköltözöttek közötti különbséget.

Az előadottakat csak néhány példával fogjuk magyarázni:

E jelkép: $\begin{array}{c} 48 \\ \text{E} \\ 50 \end{array}$ azok összességét jelenti, kik 1849- és

1850-ben születvén, 1870 folyamában költöztek el; a legszélsőbb kor-határ ez esetben 19 és 22 év között foglalhatik; a lehető legnagyobb kor-különbség tehát 3 év.

Következő $a' \begin{array}{c} n' \\ \text{D} \\ n'' \end{array} a''$ jelkép nem egyéb, mint e különbség

$a' \begin{array}{c} n' \\ \text{J} \\ n'' \end{array} a'' - a' \begin{array}{c} n' \\ \text{E} \\ n'' \end{array} a''$. Továbbá minden nehézség nélkül felismerhetni következő vonatkozások helyes voltát:

$$\begin{array}{c} 70 \\ \text{J} \\ 19 \end{array} \begin{array}{c} 20 \\ \\ 71 \end{array} = \begin{array}{c} 70 \\ \text{J} \\ 51 \end{array} \begin{array}{c} 20 \\ \\ 71 \end{array} + \begin{array}{c} 51 \\ \text{J} \\ 71 \end{array}; \quad 4 \begin{array}{c} 69 \\ \text{D} \\ 70 \end{array} \begin{array}{c} 5 \\ \\ 74 \end{array} = 74 \begin{array}{c} \text{D} \\ \\ 70 \end{array} \begin{array}{c} 5 \\ \\ 74 \end{array} + 4 \begin{array}{c} 69 \\ \text{D} \\ 74 \end{array}$$

Sőt ez irányban még tovább is mehetnénk, s pld. a symbolumba a betűk algebrai összegét írhatnók; csak hogy ezt alkalmaslag valamely relációt alkotó valamennyi symbolumban kelene tennünk.

16. §. Mielőtt megállapítanók az identitásokat, melyek egyrészt az élők, másrészt pedig a halottak és költözöttek összességei között fenállanak, közben egy oly problémát kívánunk fejtegetni, melynek később nagy hasznát vesszük majd.

Gyakran fordul elő, hogy a halottak vagy költözöttek valamely összességét meghatározó időköriülmények egyikének középértéke kívántatik.

Ha pld. az elköltözés középidejének, vagyis azon időpont meghatározásáról volna szó, melyben a különböző időben történt elköltözéseket mintegy összpontosítva, azaz egyszerre történtenek gondolhatnók, úgy ez semmi nehézséggel sem járna, ha az egyes időpontokat számításba vonhatnók, vagy vonni akarnók. De ha ezt a szükséges följegyzések hiányában nem tudjuk, vagy pedig a nagyon is terjedelmes munka miatt nem akarjuk tenni, úgy nincs egyéb hátra, minthogy az elköltözések időbeli eloszlását illetőleg valamely valószínű, a tényleges viszonyokat meg nem szorító föltevéshez folyamodjunk s így ennek segítségével egyszerűbb módon határozzuk meg e középértéket.

A lehető legegyszerűbb föltevés kétségen kívül az, hogy a kérdésbe jövő esetek az egész időszakra egyenletesen eloszlának, vagy ha ezt grafikai ábrázolásunknak megfelelőleg akarjuk kifejezni: hogy a zárt idomok tartalmát képező pontok tekintetel a határvonalokra symmetrikusan oszlanak el.

E föltevést megengedve, egy egyenközény ábrázolta valamely fő-összességre nézve igen könnyen szerkeszthető a keresett középérték. Minthogy ugyanis az átlók metszéspontja az

egyenközény egyik szimmetrikus pontja, úgy minden vonal, mely párhuzamosan az oldalakhoz e ponton át vonatik, szimmetria vonala leendő, képviselvén amaz időkörlmény középértékét, mely a vonal irányának megfelel. Ha pl. egy másodrendű fő-összesség volna adva (IX. idom), úgy csak az (pontosított) átlók metszéspontján át (a szakadozott vonallal jelölt) *mn* átmetszés kell húznunk, és ez már az összességben előfordult költözések vagy halározások középidejét ábrázolja. Ha tehát az említett föltevést elfogadjuk, úgy áll a következő tétel:

Valamely másod- (vagy harmad-) rendű fő-összesség be- és elköltözöttjei átlagosan a teljes megfigyelési idő felén át tartózkodtak a kérdésem területen.

Hogy e feladatot valamely háromszög által ábrázolt tetzés szerinti elemi összességre alkalmazhassuk, mindenekelőtt a háromszög egyik szimmetrikus pontját kell meghatároznunk.

Minthogy pedig mindenik közép vonal (azaz valamelyik csúcsot az átellenes oldal közepével összekötő egyenes) szimmetrikus vonal, úgy hát két közép vonalnak átmetszése minden esetre a keresett szimmetrikus pont.

A mértanból még a következő két tételre van szükségünk: 1-ször a harmadik közép vonal a két elsőnek metszéspontján halad keresztül; 2-szor a közép vonal közös metszéspontja (együtt a háromszög súlypontja) mindegyik közép vonalat két olyan részre osztja, hogy annak a megfelelő oldal és a pont között foglalt darabja az egész vonalnak harmadát teszi.

Ha az így nyert súlypontot át a háromszög oldalaihoz párhuzamosakat vonunk, úgy ezek is a háromszögben egyenletesen eloszló pontokra nézve szimmetrikus vonalak, vagyis azok egyik közép helyzetét jelölik. Így a IX. idom (szakadozott) *tu* és *va* vonalai azon költözéseket vagy halározásokat jelölik, melyek az *abc* és *def* háromszögek által ábrázolt elemi összességekben a megfigyelés teljes tartama alatt történtek. Minthogy pedig (a 2. tétel szerint) e vonalak távolsága az oldalaktól a teljes megfigyelési időnek egy harmadát teszi, úgy a költözésekre vonatkozólag kimondhatjuk a következő fontos tételt:

Az elsőrendű elemi összességekben az elköltözötték a teljes észlelési idő egy harmadán át figyeltetnek meg az illő területen, két harmadán keresztül pedig megfigyelésen kívül esnek. A beköltözöttékre vonatkozólag az időtartamok eme viszonya meg van fordítva.

A második elemi összességekre vonatkozólag az iménti tételben csak fel kell cserélnünk a be- és elköltözötték szerepét. ¹⁾

¹⁾ Hogy a közérthetőséget meg ne zavarjuk, e tételt inkább csak analógia után, sem mint szigorú bizonyítás által állapítottuk meg. Még meg kell jegyeznünk, hogy okoskodásunk a pontok egyenletes eloszlásán kívül, még azoknak végtelen számát is feltételezi. Noha sem az egyik, sem pedig a másik föltevés a valósággal nem egyezik, gyakorlatban a fentebbi tétel mégis elég pontossággal alkalmazható.

17. §. Az összességek e rövid elméletének betetőzésére még csak az kívántatik, hogy felállítsuk az identitásokat, melyek egyrészt az élők, másrészt a halottak és költözöttek összességei között fennállanak.

Egyszerűség kedvéért egyelőre csak az élők és halottak közötti vonatkozásokat fogjuk tekinteni, oly népességet képzelvén, melynek állományát és mozgalmát költözések nem zavarják.

Valamennyi identitás egy pillantásra kiolvasható grafikai ábrázolásunkból, sőt symbolikus jelölésünkben is, ha tekintetbe vesszük a X. idom által is illusztrált következő, evidens tételt:

Ha valamely, tetszés szerint határolt, de zárt idomba az egyik, például bal oldalról párhuzamos vonalak rendszere lép be, és ezek némelyike az idomban végződik, míg a többi az átellenes határt éri vagy át is metszi, úgy az idomban levő végpontok (N) száma okvetlenül egyenlő a vonalak belépése által a kerületen támadó metszőpontok (S) számával, kevesebb a kilépés által keletkező erő- és metszőpontok (T) számával; vagyis áll: $N=S-T$.

Ha a magában világos tételen kívül még az élettartam és halálózások grafikai ábrázolását és jelölésmódját tartjuk szem előtt, úgy az elemi és fő-összességekre nézve közvetlenül idomaink- és symbolumainkból kiolvashatjuk a következő identitásokat:

$$Ia) \quad \begin{array}{c} t' \\ \triangle \\ M \\ n'' \end{array} a'' = \begin{array}{c} t' \\ \diagup \\ n'' \end{array} a'' - \begin{array}{c} t' \\ \diagdown \\ n'' \end{array} a'' = \begin{array}{c} t' a'' \\ \diagup \\ n'' \\ t' \end{array} - \begin{array}{c} t' a'' \\ \diagdown \\ n'' \\ t' \end{array} = e t c.$$

$$Ib) \quad \begin{array}{c} n' \\ \triangle \\ M \\ t'' \end{array} a' = \begin{array}{c} n' \\ \diagdown \\ t'' \end{array} a' - \begin{array}{c} n' \\ \diagup \\ t'' \end{array} a' = \begin{array}{c} n' \\ \diagdown \\ t'' \\ a' \end{array} - \begin{array}{c} n' \\ \diagup \\ t'' \\ a' \end{array} = e t c.$$

$$II, \quad \begin{array}{c} n' \\ \square \\ M \\ n'' \end{array} a'' = \begin{array}{c} n' \\ \diagdown \\ n'' \end{array} a'' - \begin{array}{c} n' \\ \diagup \\ n'' \end{array} a'' = \begin{array}{c} n' a' \\ \diagdown \\ n''+a'' \\ n'+a'' \end{array} - \begin{array}{c} n' a' \\ \diagup \\ n''+a'' \\ n'+a'' \end{array} = e t c.$$

$$III, \quad \begin{array}{c} n' \\ \square \\ M \\ t'' \end{array} a' = \begin{array}{c} n' \\ \diagup \\ t'' \end{array} a' - \begin{array}{c} n' \\ \diagdown \\ t'' \end{array} a' = \begin{array}{c} t' n' \\ \diagup \\ t'' \\ n'' \end{array} - \begin{array}{c} t' n' \\ \diagdown \\ t'' \\ n'' \end{array} = e t c.$$

$$IV, \quad \begin{array}{c} t' \\ \diamond \\ M \\ t'' \end{array} a'' = \begin{array}{c} t' \\ \diagup \\ t'' \end{array} a'' + \begin{array}{c} t' \\ \diagdown \\ t'' \end{array} a'' - \left(\begin{array}{c} t' \\ \diagdown \\ t'' \\ a'' \end{array} + \begin{array}{c} t' \\ \diagup \\ t'' \\ a'' \end{array} \right) = e t c.$$

Symbolikus jelölésmódunk czélszerűsége itt legszembetűnőbb módon mutatkozik; mert mindegyik identitás, melynek dilemma-tikus vagy egyéb úton való levezetése mindig hosszadalmas volna, egyszerűen felírható, ha valamely adott zárt symbolum baloldali contourjából kivonjuk a jobboldalon fekvőt; természetesen mindenik contour, miután azt szükség esetén alkotó egyeneseire bontottuk, vonalak által fejezendő ki, melyek mellé a halottak összességein észlelhető határértékeket írjuk.

Világos, hogy az identitások még többféle alakban fejezhetők ki; ¹⁾ mert nemcsak, hogy az élők összességei egyenértékűek által helyettesíthetők, hanem egy és ugyanazon egyenlet tagjainak elcserélése, valamint a különböző identitások egymással való combinálása által új képleteket származtathatunk. E képletek pedig arra a fontos célra használhatók, hogy czélszerűen adott összességekből kiszámíthatunk valamely ismeretlen összességet.

Ha az ily egyszerű úton nyert identitásokat közönséges nyelven akarnók kifejezni, úgy felette bonyodalmas és ép ezért csak nehezen érthető tételeket nyernénk. De meg sem kísértjük; meggyőződve lévén, hogy világosan és tisztán értheti symbolikus nyelvünket mindenki, ki annak szellemét felfogta. Képleteinkhez azonban némi magyarázatot csatolunk.

Az I. alatti azonosságok (identitások) kiválóan megvilágítják az elemi összességek fontosságát; megmutatják ugyanis, hogy az elemi összességek képezik ama kapcsot, melynek révén a népszámlálás által kimutatott egyidejűektől eljuthatni az egykorúak összességeihez, mely utóbbiak közvetlen kipuhatólása pedig — az újdonszülöttek kivételével — a gyakorlati statisztikára nézve csaknem lehetetlen.

Igy pld. az I b) alatti identitás a tagok egyszerű áthelyezése által csakugyan a következőbe megy át:

$$\frac{n'}{t''-a'} = \frac{n'}{t''-a'} + \frac{n'}{t''-a'}$$

Ha pedig e kifejezésben $t''-a'$ helyébe n'' , tehát a' helyébe

¹⁾ Jelenlegi alakjukban ez identitások feltételezik, hogy az észlelési idő kezdetekor a születési időszak már teljesen lejárt. Ha e feltevés nem áll, úgy csekély módosításokra szorulnak, melyeket azonban nem közlünk, minthogy azokat mindenki az idomból kiolvashatja.

A »sat.« további átalakításokra utal, melyek az által nyerhetők, hogy az egykorúak vagy egyidejűek összességeit velők azonos összességek által helyettesítjük; erre pedig, miként emlékezünk, csak az szükséges, hogy az adott időhatárokból megtaláljuk a még hiányzókat. (6. §.) Minthogy pedig ez eljárás identitásaink úgy kisebbítendő, mint kivonandó részére különbözőképen alkalmazható s mindegyik alak valamennyi többivel combinálható, úgy már belátható, hogy hányféle lehet a transformatio. De feleslegesnek tartom azokat mind levezetni.

$t'' - n''$ iratik s azonfelül t'' -nél a felesleges jelzés elhagyatik, úgy a következő azonosságot kapjuk:

$$\frac{n'}{t - n''} = \frac{n'}{t} + (t - n'') \frac{n'}{t}$$

Ha tehát valamely, t időkor eszközölt népszámlálásnál a népességet születési osztályok szerint (melyek között lehet az n' és n'' között foglalt osztály is) irták össze, ha tehát $\frac{n'}{t}$ ismeretes;

ha továbbá ugyanezen nemzedékszakaszi elemi összességei szerint följegyezték a halottakat is, tehát $t - n''$ kifejezést: akkor egyszerű összegezés által nyerhetni ugyane nemzedékszakaszi ($t - n''$) idős egykoruit.

Hasonló eredményre vezet az I a) alatti identitás.

A III. identitás segítségével egyebek között meghatározható valamely népesség állása bizonyos naptári év elejére (v. végére) vonatkozólag az esetben, ha ez év folyamában népszámlálás eszközöltetett. Ha az év végét t'' -vel, a népszámlálás (korábbi) datumát pedig t' -vel jelöljük, úgy a III. identitás egyszerű áthelyezés által következő alakra hozható:

$$\frac{n''}{t''} = \frac{n'}{t'} - t' \frac{n'}{t''}$$

Czélunkat tehát akkép érjük el, hogy a népszámlálás által

(teszem nemzedékek szerint) kipuhatolt $\frac{n'}{t}$ -ből kivonjuk a ha-

lottak másodrendű fő-összességét, vagyis azokat, kik az illető nemzedékhez tartozván, a népszámlálás ideje és az év vége között meghaltak. A legifjabb korosztályra nézve természetesen kimutató még az ugyanez időszakban élve szülöttek száma. Hasonló eljárás által — csak kivonás helyett összeadást alkalmazván — meghatározhatjuk a népesség állását az év elejére nézve.

18. §. Az oly identitások felállítását, melyek a költözések által befolyásolt népesség komplikáltabb esetére vonatkoznak, az előbbi §. egyszerűbb esetére vezethetjük vissza, ha csak a költözések grafikus ábrázolását helyesen interpretáljuk, és különösen,

ha szem előtt tartjuk az élők, halottak és költözöttek jelölése között mutatkozó jellemző különbségeket.

Már fentebb (4. §.) megállapodtunk az iránt, hogy valamely költözött egyén életének csak ama részét jelöljük szakadatlan vonal által, mely a megfigyelés helyén foly le, a többit pedig csak szakadozott vonal által; továbbá megegyeztünk az iránt is, hogy a megfigyelés helyén tartozkodó élőket metszéspontok által ábrázoljuk, de csak olyanok által, melyek az élvonal szakadatlan részének az egykorúság, vagy egyidejűség vonalaival való találkozásából erednek; és a mikor metszéspontokról szólunk, csakis ezeket értjük. A szakadatlan vonalok végpontjai a megfigyelés helyén bekövetkezett halálozásokat jelölik, az oly pontok pedig, melyekben szakadatlan vonal szakadozottba megy át vagy fordítva, költözéseket ábrázolnak. Végre az előbbi §-ban láttuk, hogy valamely zárt területdarab bal- és jobboldali körvonalain támadó metszéspontok közötti különbség a halálesetek számát adja, de csak akkor, ha nem történtek egyuttal költözések is.

Ha most valaki, ki élve lépte át az összesség alsó időhatárát, a megfigyelés helyéről elköltözik (a nélkül, hogy a felső időhatár beállta előtt visszatérne), miként ezt a XI. idom *ab* vonala ábrázolja, ugy a baloldali metszéspontnak nem felel meg jobboldali (minthogy itt csak szakadozott vonal halad át a kerületen); a jobb és bal oldalon levő metszéspontok közötti különbségre az elköltözés tehát ép oly hatással van, mint valamely haláleset, úgy hogy e különbség nem egyedül a halottakat, hanem a halottak és elköltözöttek számának összegét adja; ha tehát a beköltözést egyelőre nem tekintjük és a halálozások számát M -mel, az elköltözésekét pedig E -vel jelöljük, ugy a kérdéses különbség értéke egyenlő $M + E$ összeggel. Arra tehát, hogy az előbbi §. identitásai akkor is érvényesek maradjanak, ha a születések és halálozásokhoz még az elköltözés is járul, de nem a beköltözés, — csak az kívántatik, hogy az egyenlet bal részét képező zárt symbolumok mindegyikében M helyébe $M + E$ irassék.

De ha előfordulnak beköltözöttek is (pld. I számmal), kik élve érik el az összesség felső időhatárát, ugy minden eset a jobb oldalon egy metszéspontot eredményez, melynek azonban a baloldalon nem felel meg hasonló pont, miként a XI. idom cd vonala világosan mutatja. Minden beköltözés a jobb és baloldalon keletkező metszéspontok közti különbségre tehát épen ellenkező hatással van, mint valamely haláleset, úgy hogy $(M + E)$ -ből még ki kell vonnunk I -t, hogy a kérdéses különbségnek megfelelő számértéket nyerjük.

Okoskodásunk tehát a következő tételre vezet:

A költözések befolyása alatt álló népességre is érvényesek maradnak a 17. §. identitásai, ha csak az egyenletek bal részét

képező mindegyik symbolumban M helyébe $M+E-I$ értéket (vagy pedig $M-D$ kifejezést, D -vel $E-I$ értéket jelölvén) írunk.¹⁾ De előnyösbnek tartjuk, ha az ily symbolumot egyes katego-

riáira bontjuk, s így pld. $t' \frac{n'}{M+E-I} t''$ helyébe

$$t' \frac{n'}{M} t'' + t' \frac{n'}{E} t'' - t' \frac{n'}{I} t''$$

kifejezést írunk.

Bár a költözések okozta »zavarodások« elmélete egyszerű alakot ölt, ha — miként jelen esetben — feltételezzük, hogy közvetlenül kipuhatolt fő-összességek vannak adva, úgy az már némileg bonyolódottabbá válik, ha e föltevésnek nincs helye, ha t. i. valamely közvetlenül kipuhatolt, egyiknemű főösszességből a 17. §. identitásainak kombinálása által kell levezetnünk valamely másnemű fő-összességet, mint pld. a Knapp-féle »szász« eljárásnál. A »zavarodás eredője«, melyet ez esetben nyerünk, általában különbözni fog a zavarodások amaz értékétől, melyet nyertünk volna, ha a számítás utján levezetett főösszességet közvetlenül megfigyeljük. Minthogy célunk elérésére a zavarodások eredőinek behatóbb fejtegetése — mely könnyű ugyan, de hosszadalmas — nem kívánatik meg, úgy beérhetjük az eddig mondottakkal; a ki pedig bővebb felvilágosítást kíván, azt Knapp műveire utaljuk.²⁾

Még csak az volna hátra, hogy az előbbi §. identitásain a költözések által kívánt módosításokat tényleg keresztül vigyük. De teljesen felesleges volna, hogy ezt mindegyikkel eszközöljük; csupán csak egyre szorítokozunk, mely egyúttal minta gyanánt szolgálhat. Célunkra a III.-at választottuk, minthogy ahhoz némely fontos megjegyzés fűzhető.

19. §. Ha csupán a be- és elköltözések közti (D) különbséget akarjuk megtudni, úgy csak a 17. §. III. identitásában M

helyébe $(M-D)$ -t kell írunk, azután pedig $t' \frac{n'}{M-D} t''$ symbolu-

¹⁾ Magától érthető, hogy M a megfigyelés területén bekövetkezett halálesetek számát jelöli, hozzáértve a beköltözötteknél előfordult halálesetek számát is. Ép úgy E és I számokban valamennyi határátlépés foglaltatik, még ha azok egy és ugyanazon személy ismételt költözéséből erednének is.

²⁾ Knapp »Die Sterblichkeit in Sachsen,« Leipzig 1869. III. fejezet, 24. lap és folyt.

mot a vele egyenértékű $t' \frac{n'}{n''} t'' - t' \frac{n'}{n''} t''$ különbségre bontanunk és $t' \frac{n'}{n''} t''$ tagot egyszerű áthelyezés által a többiből úgy elkülönítenünk, hogy egymagában álljon az egyenlet bal oldalán. Ez által a következő, átalakított egyenletre jutunk:

$$\text{III a)} \dots t' \frac{n'}{n''} t'' = t' \frac{n'}{n''} t'' + \frac{t''}{n''} - \frac{t''}{n''}$$

Ez egyenlőségnek értelme pedig az, hogy valamely határozott nemzedékszakaszából való be- és elköltözötték száma közötti különbség, még pedig két népszámlálás között lefolyt valamely időszakra, úgy nyerhető, ha — minthogy az egyenlet jobb oldalán álló tagokat ismerteknek kell vennünk — születési osztályok szerint eszközölt két népszámláláson kívül még a halottak megfelelő második fő-összességei ismereteseek. A fő-összességek e neme pedig vagy közvetlenül kipuhatólató, mint a német birodalomban történik, — vagy pedig az elemi összességekből alkotható egybe. (14. §.)

A D meghatározására imént közölt, közvetett módszer annál fontosabb, minthogy a be- és elköltözések följegyzése — még csak némi pontossággal is — alig eszközölhető. Egyúttal lényegét képezi ez ama módszernek, melyet a költözések zavaró befolyásának számbavételére Becker ajánlott, ¹⁾ minél nyilván az a nézet szolgált irányadóul, hogy e célra elég a be- és elköltözések közti különbségnek tekintetbe vétele.

Ha pedig e nézetben nem osztozkodunk, hanem külön akarjuk kipuhatólatni a be- és elköltözötték számát, úgy az előbb említett adatokon kívül még csak az egyik kategoriabeliek, pld. a beköltözötték számát kell ismernünk, hogy segítségével a kissé átalakított III a) egyenletből kiszámíthassuk a másik kategoriabeliek, tehát az elköltözötték számát. Ha ugyanis III a)-ban D helyébe a vele egyértékű $(J-E)$ -t helyezzük, úgy könnyű átalakítással a következő képletet nyerjük:

$$t' \frac{n'}{n''} t'' = \frac{t''}{n''} + t' \frac{n'}{n''} t'' - t' \frac{n'}{n''} t'' - \frac{t''}{n''}$$

¹⁾ E módszert egyébiránt az össz-népességre már rég alkalmazták, kipuhatólandók a be- és elköltözötték közötti össz-különbséget.

Azt pedig, hogy a két népszámlálás között foglalt beköltözötték száma, még pedig nemzedék-osztályok szerint csoportosítva gyakorlatilag meghatározható legyen, nem tartom lehetetlennek; az e célra szolgáló eszközökről később behatóan szólok majd. Egyelőre csak tegyük fel, hogy a t'' időkor eszközölt népszámlálásban külön kipuhatolták azon élők összességét, kik a korábbi, t' -kor eszközölt népszámlálás alkalmával a kérdéses területen nem vonattak számításba. Ezek kétségkívül az azóta beköltözöttek; de nem valamennyi beköltözött, hanem ezeknek csak egyik része, mely J_v -vel jelöltessék; a másik részt pedig azon beköltözöttek képezik, kik a beköltözések és a második népszámlálás közötti időben meghaltak. Ezt a részt a halálozásoknál kellene kipuhatolni, külön számlálván azokat, kik a nélkül hogy az előbbi népszámlálásnál számbavétettek volna, a megfigyelt területen haltak meg, — valamint külön azon halottakat, kik az utolsó népszámlálásnál bejegyzettek közül valók. Ha ez utóbbiak (M_s) számát ismertnek vesszük, a most említett eljárást tényleg alkalmazásban levőnek képzelvén, úgy egyszerű megfontolás mutatja, hogy a fentebbi képletbe csak J helyébe a kipuhatolt J_v -t, M helyébe pedig az ismert M_s -et kell írunk, hogy az elköltözések számát helyesen meghatározhassuk. Lesz ugyanis:

$$\text{III b) } \quad \frac{t' E^{n'}}{n''} t'' = \frac{t' J^{n'}}{n''} + \frac{t' J_v^{n'}}{n''} t'' - \frac{t' M_s^{n'}}{n''} t'' - \frac{t'' J^{n'}}{n''}$$

mely képletre következő okoskodás is vezet: Ha nem történt volna elköltözés, úgy a második népszámlálásnál meglevők számának egyenlőnek kellene lennie: az előbbi számlálásba befoglaltak számával, hozzáadva azon beköltözöttek számát, kik a második népszámláláskor még életben voltak, kivonva ez összegből azon halottak számát, kik kizárólag az 1-ső censznál számláltak közül valók, azaz egyenlőnek a képletünk jobb oldalán levő első 3 tag összegével. De ha elköltözések is történtek, úgy a 2-ik census alá kerültek száma okvetlenül kisebb az említett algebrai összegnél; kivonván ez összegből a censusból eredt kisebb számot, a maradék kétségkívül az elköltözöttek számát adja.

20. §. Miután így valamely népesség életmozgalmait, halálozási és költözési viszonyait grafikai ábrázolás által szemlélhetővé tettük, s miután célszerű jelölésmód által sikerült e viszonyokat képletekbe foglalnunk, minden megvan arra, hogy most már a halandóságot, ennek mértékét, valamint főfeladatunkat, a halandósági táblák szerkesztését kezdjük fejtegetni.

Mindenek előtt az a kérdés merül fel, vajjon mit kelljen a statisztikában »halandóság« alatt érteni? Mi annak a tudományos definiója?

Legtágabb értelemben halandóság alatt a meghalhatás tulajdonságát értjük. Ha már most e tapasztalati tételben: »Minden ember halandó« — csak azt tekintjük, hogy valamikor, de nem azt, hogy mikor halunk meg, úgy abban a halandóság oly tulajdonságként szerepel, mely minden embert egyenlő mértékben illet, a melynél tehát nem lehet szó több v. kevesebről, s így hát mértékéről és méréséről sem. Ennélfogva a halandóság e legtágabb értelmében nem is képezheti a statisztika tárgyát.

De szem előtt tartván azt a mindennapi tapasztalatot, hogy a halál egyiknél előbb, a másiknál később következik be, tehát különböző kor-fokozaton és különböző hosszúságú élettartam lefolyása után, önkénytelenül kínálkozik annak meghatározása, vajjon bizonyos számú újdonszülöttek csoportja hogyan ritkul haladó korról az egyesek elhalása folytán? S ez már a statisztika körébe tartozik. Gyakorlatilag e kérdést a statisztika olyképen oldhatná meg, hogy följegyezi a bizonyos időszak alatt szülötteket és ezeket a bekövetkező halálig figyelemmel kíséri, különösen megjegyezvén, hány-hány haláleset jutott a tetszés szerint választott korosztályok mindegyikére. E megfigyelések eredményeinek számszerinti összeállítása képezi azután azt, mit »egy való nemzedék korszerinti halandósági táblájá«-nak szoktak nevezni.

Az ily táblázat elméletére és szerkesztésére természetesen nem bírhat befolyással az, vajjon annak csak töredékéről v. pedig teljes tábláról van szó, minőt a gyakorlat kívánna. A feladat általánosabban tehát így fejezhető ki: Figyelemmel kísérendő a két kor-határ között foglalt egykorúak valamely összességének fokozatos elhalása. Ez, miként látni fogjuk, a halandósági méréseknek ugyan legfontosabb, de korántsem egyedüli feladata.

Képzelmünk, hogy e feladat egykorúak helyileg és minőség szerint meghatározott két összességére nézve megoldva van, és hogy — mi pedig az ily megfigyelések célja — a két eredményt egymással összehasonlítani akarnók. De halálozás tekintetében mindannyiszor csak a két csoport egykorú élőit hasonlíthatjuk össze, mert ha egyébként a külső körülmények egyenlők, a halálozási lényegileg a k o r t ó l függőnek kell feltételeznünk; azonfelül mindkét csoportból csak oly haláleseteket szabad tekintetbe venni s egymással szám szerint összehasonlítani, melyek egyenlő időtartamokból valók, mert egyébként egyenlő körülmények között hosszabb időtartam alatt nagyobb a halálozások száma, mint rövidebb alatt. Felteszszük, hogy e két feltétel teljesítve van. Ha már most valamely speciális esetben az élők száma mindkét csoportban egy és ugyanaz volna, úgy teljes okkal állíthatnók, hogy a h o l t ö b b a

halott, ott a halandóság is nagyobb; e speciális esetben tehát közvetlenül a megfigyelt halálesetek száma képezné a halandóság mértékét.

Ha pedig, miként a valóságban szokott lenni, a két csoportbeli egykorú élők száma nem egyenlő, úgy összehasonlíthatás céljából számítás (szorzás v. osztás) útján kell előállítanunk ama speciális esetet; ha pld. az 1-ső csoportbeli élők száma 2, 3, 4...szer nagyobb, mint a 2-dik csoportbelieké, úgy az 1-ső csoportbeli halottak számát előbb 2, 3, 4... által osztjuk s csak az így nyert hányadost vetjük egybe a második csoport halottai-val, hogy a két csoport halandóságát egymáshoz viszonyítsuk. Célunkat az által is elérhetjük, hogy a második csoport halottait 2, 3, 4...számmal szorozzuk.

A halandóság nagyságának megitélése tehát viszonyon alapszik; ezt szem előtt tartván, megállapíthatjuk a halandóságnak tudományos definitióját, mely imígy szól:

Bizonyos kor-fokozat és időszakra vonatkozólag a halandóság oly viszony által méretik, melynek előtagja ama korfokozaton álló élőknek helyileg és minőségileg meghatározott valamely összessége, utótagja pedig mindazon halottak összessége, kik kizárólag a kérdéses időszakban haltak meg és az élők említett csoportjából valók. ¹⁾

E viszony exponense, melynek értéke okvetlenül a korrall együtt változik (ha nem is folytonosan), vagy a mely, matematikailag szólva, zerus és az egység között foglalt funktiója a kornak, — ez exponens annak mutatójaként is tekinthető, hogy hány halott jut az egykorúak egy-egy tetszés szerint választott egységére. Ez adatot »halálozási rend«-nek nevezvén, mondhatjuk, hogy a halandóság mérésénél követett eljárás azon a föltevésen alapszik, hogy a halottak száma függ: 1-ször az egykorúak eredeti számától (melyben természetesen az újdonszülöttek is foglaltanak); 2-szor az egykorúak mindegyik egységének »halálozási rendétől.« És most már az eredetileg kitűzött probléma általánosabban így is fejezhető ki: Adott korhatárok között foglalt hány halottat kell fölvennünk a megfigyelt egykorúak mindegyik egységére, ha a mérések összehasonlíthatósága céljából azt képzeljük, hogy a halottak valamely halálozási rendnek amaz egykorúak mindegyik egységére való behatásából származnak.

Szükségesnek tartom, hogy mindjárt itt elejét vegyem egy netalán támadható félreértésnek. Ha t. i. valamely halálozási

¹⁾ E viszony egyszersmind annak valószínűségéül vehető, hogy az egykorúak a meghatározott időszak alatt meghalnak; a gyakorlatban, pld. az életbiztosításnál ez a felfogás a mérvadó. De ép ezért e felfogást teljesen mellőzhetjük, minthogy itt csak a halandóság mérésére használható legcélszerűbb adatok beszerzéséről van szó.

rendnek az egységekre való hatásáról szólunk, úgy ezt kétségkivül nem szabad fizikai értelemben vennünk; mert nem szólhatunk pld. arról, hogy valamely egyénnek annyadik vagy annyadik része halt el, mert az csak egyszer és mint egész halhat meg. A halálózási rend tisztán a n a l y t i k a i k é p z e t, mely valamely nemzedék valóságos halálózásának bármí tulajdonságával megfér, minthogy semmi egyéb föltevést nem zár magába, és a melyet el kell fogadnunk, ha egyáltalában összehasonlítani akarjuk a méréseket. Knapp szavaival élve még egyszer hangsúlyozzuk hát, hogy nem olyan halálózási rendről van szó, »mely tényleg uralkodék, hanem olyanról, mely ha uralkodik vala, akkora számú halálózást eredményez, mint a hányat tényleg megfigyeltek, s így hát e számot indokolja«; a halálózási rend tehát semmi tényleges, hanem »csak oly alak, melyre valamennyi mérést kell hoznunk — bármí módszer szerint nyertük is azokat — hogy összehasonlíthatókká váljanak«. ¹⁾

A feladat teljes megoldására kívántatnék, hogy a halálózási rend mindegyik kor-fokozat és igen kicsiny (végtelen kicsiny) időszakokra nézve határozottassék meg. De minthogy e teljes megoldás gyakorlatilag keresztül nem vihető, be kell érnünk avval, hogy a halálózási rend lehetőleg sok kor-fokozatra nézve meghatározottassék, pld. az első korévben havi, a másodikban negyedévi, a következőkben pedig évi fokozat szerint.

21. §. Az előbbi §. e kérdése: vajjon mily halálózási rendből volna magyarázható azon halottak száma, kik egy határozott nemzedék -szakaszba tartozván, két határozott kor-határ között haltak meg; más szóval: mily halálózási rendből magyarázható a halottak valamely első fő-összessége? — e kérdés, mint már fentebb mondtuk, a legfontosabb ugyan, de nem az egyedüli, sem pedig az egyedül jogosult. Miért nem jöhetne szóba pld. egy oly a kor szerinti halálózási rend, melyből azután az élők vagy halottak tetszés szerinti más összességének nagysága volna magyarázható?

A halandósági méréseknél tehát annyi a megoldandó feladat, mint a hány lényegileg különböző összessége van az élőknek és halottaknak; minthogy azonban a gyakorlat többnyire csak a három fő-összességnek egyikét állapítja meg, úgy itt is csak három fő-feladatot különböztetnek meg, s azt a kérdésben forgó halotti fő-összesség rendszámával jelölik. De mindig tekintettel kell

¹⁾ E §-ban Knapp (»Sterblichkeit in Sachsen« című munkájában követt) észjárását csaknem szó szerint követtem, mert szigorú gondolatmenete, melyet helyeselnünk kell, alig fejezhető ki jobban. Sajnáljuk, hogy nem mondhatunk hasonlót ama definitióról, melyet Becker adott javaslatában. Knapp és Becker definitiói közötti különbségről az I. alatti »Függelék«-ben szö-lünk majd.

lennünk arra, hogy valamennyi feladat megoldása mindannyiszor a »kor szerinti halálozási rend« alakjára hozandó, mivel valamennyi halandósági mérés épen eme halálozási rend képzetén alapszik. ¹⁾

Mint hogy e különböző feladat megoldásával mindig más más kérdésre nyerünk feleletet, úgy a priori belátható, hogy két határozott kor-határ között az egykorúak egységére nézve a halandóság értékei, még ugyanabban a népességben és egyező kor-határok mellett is, a megoldott feladathoz mérten más meg más lesz.

Csak egy esetben kellene valamennyi feladatnak egy és ugyanazon halálozási rendre vezetnie, abban t. i., ha valamennyi nemzedéknek kor szerinti halandósága ugyanaz volna. Ha ezt akár tapasztalati tényként, akár pedig valamely okból föltevés gyanánt el kellene fogadnunk, úgy az eredményeket a reájok vezető feladatoktól függetleneknek kell tekintenünk. Igaz ugyan, hogy sok esetben az épen adott anyag egy bizonyos feladat megfejtésére szorít; de ha az adatok beszerzése tőlünk függ, úgy észszerűen azt a feladatot fogjuk választani, melynek megoldása a legegyszerűbb módszerrel jár, módszer alatt értvén azokat a számtani műveleteket, melyek az összességeken a halálozási rend meghatározása végett végrehajtandók.

Mindenik problémát t. i. sajátos módszere szerint kell megoldanunk, valamint mindeniknek megvan a maga sajátos jelentése, még fizikai értelemben is. ²⁾

De bármilyen legyen is a probléma, mindig meg kell kívánni: az anyagot illetőleg, hogy lehetőleg pontos megfigyeléseknek legyen eredménye; a módszert illetőleg pedig, hogy tárgyilagosan a népesség valóban létező mozgalmaira szorítkozva semminemű föltevésekből ne induljon ki. Nevezetesen pedig minden, de csak is az veendő tekintetbe, mitől a halálozási rend függ; és

¹⁾ Itt is csaknem szó szerint Knapphoz ragaszkodom. Becker nézetét tehát nem fogadhatom el. A fent kifejtett meghatározások ugyanis nem engedik, hogy Becker »második és harmadik módját« olyannak ismerjük el, mint a mely csakugyan közvetlen halandósági mértéket szolgáltat. E módok folytán legfellebb a halandóságnak igen complicált függvényei nyerhetők, de a melyek még egyéb változóktól is függenek; tehát oly értékek, melyek csak tárgyellenes föltevések mellett, vagy pedig csak nagyon szűk határok között tekinthetők a halandóság közvetlen mértékeinek. E módszer — hogy drasztikus hasonlattal éljek — csak olyan, mintha az eső mennyiségét a kaszáló valamely határozott darabján termett szénának súlyából akarnók meghatározni.

²⁾ Látni pld., hogy a halottak valamely első fő-összességében mindama befolyások nyernek teljes kifejezést, melyek a két adott korhatár között a meghatározott időszakból való szülöttekre hatottak, de már nem valamennyi befolyás, melyek a halálozások időszakán át működtek. Hasonlót mondhatni a többi két fő-összességről. Pedig nem szenved kétséget, hogy a fő-összesség tulajdonságai átszármaznak az ezen alapuló feladatnak eredményeire is.

kikerülendő ama *petitio principii*, miszerint a halálozási rend lefolyása iránt már előleges föltevés alkottatik, holott e rend még csak a mérésekből határozandó meg.

Az pedig, mit a népesség változásáról a tapasztalat szolgáltat, mindössze is csak annyi, hogy az egyes egyén valamikor születik és valamely korban meghal; ehhez *à priori* még csak az tehető hozzá, hogy a kor szerinti halálozási rendre a születések rende és eloszlása semmi befolyással sem birhat. A mi pedig ezen túl van, az csak önkényes föltevés lehet, tehát csak feltételes, nem pedig az igazsággal egyező eredményekre vezethet.

Kerülendő tehát mindennemű föltevés:

ama sorrendet illetőleg, melyben az egy területen születtek idő szerint fellépnek, így pld. az is, melyet azelőtt sokszor használtak, hogy a születések egy időpontra szorittassanak;

a túlélési sűrűség törvényére vonatkozólag, így pld. az iránt, hogy a halálozás hogyan függ össze a korrall;

a népesség létszámában beálló változások tekintetében, pld. az a gyakori föltevés, hogy a népesség állandó (*stationär*), vagy hogy az mértani haladvány szerint növekedik; *sat. sat.*

Kívánatos volna ugyan, hogy a költözésre vonatkozó föltevések is mellőztessenek, de fájdalom a statisztikai figyelési eszközök hiányos volta azokat még sok időre nélkülözhetlenekké teszi.

A mondottakból még az is következik, hogy: Ha valamely feladatnak alapját a halottak oly összessége képezi, melynek nagysága nemcsak a megfigyelt élők sokaságától és a tényleges halálozási rendtől, hanem egyszersmind a születési vagy túlélési sűrűségtől is függ, úgy ez utóbbinak befolyása kiküszöbölendő, mivelre a születés (vagy túlélés sora) adandó és a feladat megoldásánál tekintetbe veendő.

22. §. Fordítsuk figyelmünket egyelőre a halandósági mérések első feladatára, melyet fentebb az eredetinek mondtunk, t. i. valamely nemzedék kor szerinti fogyásának meghatározására. Ez nemcsak a legegyszerűbb, de egyúttal az egyedüli feladat, mely elemi uton megoldható; ez okból azt Knapp szerint a »természetes«-nek fogjuk nevezni, szemben a többiekkel, melyek »mesterségesek«-nek nevezhetők.

Ez első feladat tárgyalható, mihelyest ismeretes ¹⁾ a

¹⁾ Azt mondjuk, hogy »ismeretes«, evvel azt akarván kifejezni, hogy a feladat nemére nézve különbös, vajjon ez összességék közvetlenül a statisztikai följegyzésekből vehetők-e, vagy pedig egyéb közvetlenül kipuhatolt összességekből a 17. §. identitási segítségével még csak kiszámítandók. Ez utóbbi esetben a feladat megoldása, mely különbözö lehet, előbb előkészítendő. Így pld. Knapp »szász« eljárása (s az evvel »rokon«) az első feladatnak képezi megoldását, bár abban közvetlenül a halottaknak csak har ma di k fő-összességei vannak adva; de ezek mellett két népszámlálás és a halálozási lajstromokból oly adatok, melyek segítségével az első fő-összességre átmehtni.

halottak valamely első fő-összessége, valamint azon egykorúak összessége, kikből ama fő-összesség alakult. Mivel a halálozási rend fogalma annak képzetéből eredt, hogy a tényleg megfigyelt egykorúak helyébe azok egyisége lép, úgy a két ismert összességnek egyszerű osztása által nyerhetni a halálozási rendet.

Ha már most egy és ugyanazon nemzedékre, valamint a (lehetőleg nagy számmal) egymást követő korosztályra nézve e feladatot megoldottuk s az eredményeket sorrendbe hoztuk, úgy kész a »korszerinti halandóságitábla valamely tényleges nemzedékre nézve«. Ha pedig e táblát megszabadítani akarnók azon esetlegességektől, melyek éppen ez egy nemzedéknél becsúszhattak, úgy a mondott eljárást csak több tényleges nemzedékre kell alkalmaznunk s az eredményekből a halandóság középértékeit levezetnünk.

Ennek persze megvan az a nagy hátránya, hogy az ily teljes halandósági táblának elkészítésére egy nemzedéknek teljes kihalása, tehát körülbelül egy évszázad kívánatik, és hogy a munkálat befejezése után a legifjabb korosztályokra talált eredmények már csak történelmi beccsel bírnak.

E hátrányt mellőzendők — természetesen másokat ismét el-türvén — Becker elnevezése szerint egy »képzelt« (ideal) nemzedék számára szerkeszthetünk halandósági táblákat. Ugyanis már aránylag rövid tartamú megfigyelésekből találhatjuk a 0, 1, 2, 3 . . . évesek halandóságát, hol a 0-évesek egy bizonyos nemzedékből valók, az 1-évesek pedig a megelőzőből, a 2-évesek az ez utóbbit megelőző nemzedékből valók, sat. A mérés eredményeit összetartozóknak tekintvén s ennél fogva egy táblába összefoglalván, elkészítettük egy »képzelt« nemzedéknek halandósági tábláját; azaz úgy vesszük a dolgot, mintha a megfigyelt élőket és halottakat alkotó különböző nemzedékek coexistálók voltak volna, mintha a megfigyeltek egy és ugyanazon születési szakaszba tartoznának.

De nem szabad szem elől téveszteniünk, hogy az egészszel még egy második fictió is jár, az t. i. hogy a halálozási rend valamennyi nemzedékre nézve egy és ugyanaz.

A természetes feladat az egyetlen, melynél nem kell tekintetbe venni a születési és túlélési sűrűséget és semminemű föltevést sem alkotni a halálozási rend lefolyása iránt. Hisz itt csak egykorúakról van szó s ezek halandósága egyenlő; ama sorrend pedig, melyben születtek, vagy bizonyos korhatárokat átléptek, halálozásuk rendére nem bír befolyással.

Éppen az ellenkezőt kell mondanunk a mesterséges feladatokról. Ezeknél nemcsak a túlélés sűrűsége jó tekintetbe, hanem egy előleges, de fokozatosan módosítandó föltevés is a még csak kipuhatólandó halálozási rend lefolyása iránt. Miért is e feladatok

csak fokozatos megközelítések által oldható meg, melyekkel ugyan tetszés szerint, de csak igen hosszadalmas számítás által közeledhetünk az igazsághoz.

Szerencsére a népességi statisztika — miként alább bizonyítani fogjuk — nem szorul a »mesterséges« módszerekre mindaddig, míg nem foglalkozik különös czéloknak megfelelő halandósági mérésekkel, hanem csak a szó közönséges értelmében vett halandósági táblák szerkesztésére szorítkozik; ez utóbbi cél a »természetes« feladat által teljesen valósítható.

Mindazáltal a következőkben rövid pillantást vetünk a mesterséges feladatokra.

23. §. A halandósági mérések második feladata akkor forog fenn, ha valamely második fő-összesség van adva (a nélkül, hogy megvolna az anyag, melynek alapján a 17. §. identitásai által valamely első fő-összességre lehetne átmenni.)

Ha ez esetben — mely Becker második módszerét: »Az egyidejűek halálozási valószínűsége mint a halandóság mértéke« képezi — az adott második fő-összességet azon egyidejűekhez viszonyítjuk, kikből az keletkezett, ugy a hányados oly szám, mely először nem szerepelhet korszerinti halálozási rendként, vagy csak igen önkényes föltevések mellett és a mely másodsor egyáltalában nem képezheti a halandóságnak alkalmas, közvetlen mértékét.

Az elsőt illetőleg csak fontolóra kell vennünk, hogy a halálozási rend annak képzetén alapszik, hogy a halottak egykoruakból valók, holott Becker második módszere a halottak fő-összességét amaz egyidejűekhez viszonyítja, kikből az keletkezett; már pedig egyidejűek sohasem lehetnek egyszersmind egyenlő korúak. Igaz ugyan, hogy a kor szerinti halálozási rendre való átmevetés kedvéért állíthatni, hogy az a' és a'' közötti korosztályból való egyidejűek, ha nem is az egyének, de legalább szám tekintetében egyenlők oly élőkkel, kik bizonyos közép, valahol a' és a'' közt fekvő A korfokozaton állanak; továbbá azt is lehetne képzelni, hogy a halottak adott fő-összessége ugyan nem keletkezett egyenlő (A) koru élők ből, de ép akkora számu egykoruak mellett, ugy hogy a kérdésben forgó hányados csakugyan az A koruak megfelelő halálozási rendét jelöli. Az egészben, miként látni, csak az helyes, hogy csakugyan léteznie kell közepes korfokozatnak; csak hogy fekvése teljesen ismeretlen marad; és minden ez iránti föltevés önkényes; így egyebek között a közel fekvő és gyakran használt következő is: hogy t. i. A épen a' és a'' közötti közép helyet foglalja el, vagyis hogy az említett hányados az $\frac{a' + a''}{2}$ korfokozatnak megfelelő halandóságot adja. Egyébiránt Becker maga is hangsúlyozza az ily föltevések önkényes voltát.

Második állításunk helyességét bizonyítja a következő fontolgatás:

Képzeljük egy és ugyanazon korosztálybeli egyidejű élőknek két egyenlő nagyságu összességét, figyeljük meg mindkettőnél egy és ugyanazon időtartamon át a halálozásokat; továbbá vegyük fel, hogy a halandóság, mely haladó korral növekedjék, a korosztályban képviselt korfokokozatok mindegyikén az egyik összességre nézve ép oly nagy, mint a másakra nézve. Mind ez egyenlőségek dacára a halottak száma az I. sz. összességben nem lesz ugyanaz, mint a II. számúban, hacsak nem járul az előbbiekhöz még egy föltétel, még pedig az, hogy az alsó idő-határ átlépésekor a túlélők korszertinti eloszlása mindkét összességben ugyanaz, vagy pedig, grafikai ábrázolásunk nyelvezetén kifejezve, ha az idő alsó határvonalán átlétező metszéspontok I-ben ép ugy oszlanak el, mint II-ben. Mert ha ez nem volna így, ha pld. I-ben az egyidejűség vonalának oly darabjában, mely magasabb korfokokozatokat tartalmaz, a pontok sűrűbbek volnának, mint megfelelő helyen II-ben; mig ellenben, mi pedig a számszertinti egyenlőségéből következik, alantabb korfokokozatokhoz tartozó megfelelő helyen épen megfordítva áll a dolog: ugy nyilvánvaló, hogy a magasabb korral járó nagyobb halandóság miatt a halottak száma, tehát a Becker által a halandóság mértéke gyanánt ajánlott hányados is I-re vonatkozólag nagyobb volna, mint II-nél. Minthogy azonban az egyes korfokokozatoknak megfelelő halandóságot mindkét összességben egyenlőnek tételeztük fel, e hányadosok pedig nem egyenlők: ugy ezek nem is képezhetik a halandóság alkalmas mértékét. Megközelítőleg lehetne azokat annak tekinteni; de csak oly szűk nemzedékszakas, tehát az egyidejűek oly szűk korosztálya mellett, hogy azokban a halandóságot állandónak vehetni.

Hogy tehát a második feladat helyes korszertinti halálozási rendre vezethessen, a túlélések (v. születések) rende nem maradhat figyelmen kívül; az adott anyagban tehát ennek is meg kell lennie. De még így is csak közvetve és fokozatos megközelítés által oldhatni meg a feladatot, a mennyiben t. i. előleges föltevés alkotandó a még csak keresendő halálozási rend lefolyása iránt. Ezáltal amaz eljárásra vezetettünk, melyet Knapp »anhalti módszer«-nek nevezett és a melyről állítja, hogy az indirekt eljárások közül az »egyetlen szigorú.« Tényleg az is, a mig költözések által nem zavart népeségekkel van dolgunk; de szigorúsága megszűnik, mihelyest a költözések befolyása el nem hanyagolható. Ez utóbbi esetben az anhalti módszer javításra szorulna, mely azonban a születések sűrűségén kívül, még a különböző korfokokozatoknak megfelelő túlélési sűrűség ismeretét is kívánja.¹⁾

¹⁾ Ugy hiszem, hogy ezáltal kellő mértékére szállítottam Beckernek (véleményadása 54. lapján) az anhalti módszerről adott, nagyon is kicsinyítő bírálatát.

24. §. A halandósági mérések harmadik feladata (a második »mesterséges«) akkor forog fenn, ha a halottak valamely harmadik főösszessége van adva. Minthogy e halottak, miként tudjuk s a mint az idomból is azonnal kitűnik, részint egyidejűek, részint pedig egykoruak közül valók, úgy sem ezekhez, sem pedig amazokhoz nem viszonyíthatók; hiányzik tehát a halandósági hányados alkalmas nevezője.

A gyakorlat emberei bámulatos könnyűséggel siklottak át e nehézségen. Ők ugyanis két népszámlálás eredményéből közép népességet alkotnak maguknak, s ezt viszonyítják a halottak harmadik főösszességéhez (melyet a legtöbb országban puhatolnak); e viszony exponensét azután »halandósági együttható« nevezete alatt egyszerűen a halandóság mértékének tekintik.²⁾ Eddigi fejtegetéseink alapján könnyen találhatjuk ama föltételt, mely alatt e viszony csakugyan a halandóság mértékéül szolgálhatna. A föltétel az, hogy az illető korosztályok népessége a megfigyelés idején át állandó maradt, mi azonban a valóságban sohasem teljesülhet és a mit még megközelítés gyanánt sem engedhetünk meg. A halandósági együttható tehát nem szolgáltat hasznavehető halandósági mértéket.

Mindazonáltal gyakran használták halandósági táblák levezetésére, mi csak tekintettel a rendelkezésre álló anyag minőségére magyarázható és megbocsátható. E levezetésnek több módja van, de — nem is tekintve az állandó népesség felvételét — valamennyi oly további »fontolgatásokon és föltevéseken« alapszik, melyek bizony nem igen hivatvák e táblák megbízhatóságát növelni. Ez okból e módokat nem is tárgyaljuk behatóbban, utalván e tekintetben Becker véleményadására, ki bővebben, semmint a fenforgó kérdés megkivánná, foglalkozik a mesterséges feladatokkal, a nélkül azonban, hogy azok szigorúan helyes megoldását adná. Dolgozatában igen egyszerű módot tálalni a halálozási tábláknak a halandósági együtthatóból való levezetésére, valamint igen népszerű bebizonyítását annak, hogy ez utóbbiak állandó népesség föltevésén alapulnak.

A harmadik feladat szigoruan helyes megoldása, miként a második-é, csak indirekt, az »anhalti«-hoz hasonló eljárás által volna lehetséges; csak hogy itt egyidejűek és egykoruak együtt szerepelvén, az eljárás még bonyolodottabb, a költözések tekintetbe vétele még nehezebb, sőt gyakorlatilag csaknem keresztülvihetetlen volna. Nem is foglalkozunk bővebben e tárggyal, mert a mes-

²⁾ Ez együtthatónak halandósági mértékül való elfogadásán alapszik — a legifjabb korosztályt nem véve — lényegileg a hivatalos statisztika által publikált legtöbb halandósági tábla; ugy Quetelet, Farr, v. Baumhauer, Berg, David és Bertillon halandósági táblái, valamint Becker oldenburgi és porosz táblái.

terséges feladatok eddigi rövid fejtegetéséből is annyi mindenestre világos, hogy azok legalább is igen kényelmetlen módszerűek, s hogy ennél fogva azokat bizonyára csak kényszer esetén fogjuk használni; vagy mert nem áll rendelkezésünkre más anyag, vagy pedig, mert fizikai szükségből különösen a halandóság időszereinti mérését kell teljesíteni.

Az elsőt illetőleg a mi esetünkben, mikor ugyanis czélszerű adatok beszerzéséről van szó, bizonyára nem kell tekintettel lennünk netalán czélszerűtlen anyagra; a másodikat illetőleg pedig a közönséges halandósági táblák elkészítése czéljából nincs arra ok, hogy »valamely nemzedék időszereinti fogyásának« speciális feladatát fejteggessük. Kimondhatjuk tehát, hogy e czélra jövőben csak a természetes feladat alkalmazandó és hogy ennél fogva az erre szükségelt adatokat kell beszerezni; még pedig annál inkább, minthogy fel kell tennünk, hogy e feladat eredményei azonosak a többi módszer által nyerhetőekkel.

25. §. Ez utóbbi állítás bizonyítása részben függ egy föltevéstől, mely ismét ama szempont következményének tekinthető, melyből a congressus által kitűzött és minket itt foglalkodtató kérdést felfogtam.

Ideje tehát, hogy kifejtsem ez egyéni felfogásomat, mit ugyan már a bevezetésben ígértem, de csak most, az előkészületek megajtése után teljesíthetek.

A feladat czélt tűz ki, s kívánja az eszközök kijelölését; de mindkét dolog szorosabb meghatározást kíván.

Az eszközöket illetőleg abból a föltevésből indultam ki, hogy a congressus az általa kitűzött kérdéssel nem czélzott egészen új puhatolási módozatokra, hanem az eddig szokásban volt születési és halálzási lajstromot tartván szem előtt, ezeknek csak tökélyesítését kívánta; hogy tehát a kérdés értelme az: Hogyan kellene az említett statisztikai kimutatásokat legelőnyösebb módon berendezni, egymással összhangba hozni és hogyan készítendők ezekből oly kivonatok, hogy lehetőleg helyes halandósági táblákat lehessen szerkeszteni, vagy technikailag szólva, a kérdés a helyes táblázatok, valamint a lajstromok, jegyzékek és kivonatok legczélyszerűbb »homlokzata« körül forog.

Ama czélt illetőleg: hogyan készítendők helyes halandósági táblák, fölteszem, hogy a congressus a szó szokásos értelmében vett, azaz egész népességekre terjedő, és bizonyos időszakon ártett megfigyelésekből levezetett oly halandósági táblákat ért, melyek a kor szerinti közép-halandóságot tüntetik fel: akár való nemzedékre nézve, mi alatt azonban nem értendő egyetlenegy nemzedék és annak esetleges halandósága, hanem több rendbeli megfigyelés középértéke; akár pedig képzelt nemzedékre vonat-

kozólag, melyet úgy alkotunk, ha fölveszszük, hogy valamely egyidejüleg létező, s így hát a születési évek hosszú sorából származott népesség egyetlenegy születési osztályból való. Az ily tábláknak gyakorlati haszna azonban csak az lehet, hogy segítségükkel összehasonlíthatjuk egymással különböző területek, foglalkozásnemek, állások stb. egészségügyi viszonyait, kisebb vagy nagyobb esélyeit a túlélés vagy halálozás tekintetében, sat.

Annál inkább remélhetem, hogy ebbeli felfogásom helyes, minthogy e tekintetben nézetem találkozik az előttem levő három véleményadás szerzőinek felfogásával.¹⁾

De miként fentebb kifejtettük, a mondott értelemben vett halandósági táblák fizikailag kipuhatolt tényként tétélezik fel, hogy a halandóság a koron kívül semmi egyéb időkörménytől nem függ és hogy az valamennyi nemzedékre nézve egy és ugyanaz. Ez esetre nézve a 21. §-ban megmutattuk, hogy valamennyi feladat egy eredményre vezet, hogy tehát ha azok egyikét megoldottuk, az eredmények olyanoknak vehetők, mintha a többi feladat bármelyikéből nyerettek volna. Minthogy tehát a feladat neme az eredményre nincs befolyással, úgy magától érthetőleg azt választjuk, mely a megoldás legegyszerűbb módját engedi meg. De láttuk, hogy a természetes feladat az egyellen, mely közvetlen és elemi úton oldható meg. Ha tehát a halandósági táblák szerkesztésére legegyszerűbben használható adatok beszerzéséről van szó, úgy egy pillanatilag sem habozhatunk e felelet iránt:

A statisztikának azt az anyagot kell beszerezni, melyet a természetes földadat megoldása megkíván; azaz: az egyidejűek összességeit és a halottak első fő-összességeit.

Még csak arról kell szólanom, vajjon gyakorlatilag miként szerezhetők meg ez adatok?

26. §. A költözések befolyását egyelőre ismét ne tekintsük.

A halottak első fő-összességei gyakorlatilag minden nehézség nélkül volnának kipuhathatók. E célból a halottakat csak egyrészt születési évek, másrészt azon korosztályok szerint kellene beosztani, melyekben meghaltak. De már a 14-ik §-ban említett okok folytán, melyek fontos volta alább még inkább ki fog tűnni, inkább mutatkozik kívánatosnak az elemi összességeknek és pedig oly módon való kipuhathatása, minőre a 14. §-ban hoztunk fel példát; ezekből azután ismert módon megalkothatók a szükséges fő-összességek. Ennélfogva a congressus Hágában hozott határozatának foganatosítása ujjalag behatóan ajánlandó.

¹⁾ Knapp a statisztikát csak a halandóság konkrét méréseire utalja, és a »halandósági táblákat« egyedül biztosítási célokra kívánja szoríttatni. Én pedig osztozom Becker ama nézetében, hogy helyes halandósági táblák szerkesztése a népességi statisztika egyik legfontosabb célját képezi. E szerkesztésnek természetesen exakt méréseken kell alapulnia.

Mi pedig az egykorúakat illeti, ezek közvetlen megállapításáról — az újdonszülöttek kivételével — a gyakorlatban nem igen lehet szó, mert erre megkivátnának, hogy naponként bejegyeztessenek azok, kik élve érik meg születésnapjuk visszatérését. Így hát — kivéve a 0-éveseket — indirect megállapítási módokhoz kell majd folyamodni.

Intézzük el mindenek előtt a kivételes esetet. Az újdonszülöttek — tehát a 0-éves egykorúak — tudvalevőleg időrend szerint iratnak be a születési lajstromba. Az ezekből készült kivonatok pedig rendszeren az egy-egy naptári év folyamában szülöttek számát adják; de igen czélszerű, ha e kivonatokban az élve szülöttek, kik pedig a halandósági táblák készítésénél egyedül jöhetnek tekintet alá, külön választatnak a halva szülöttektől. A naptári évek szerinti egybefoglalás megjárja, ha a halandóság csak évi korosztályok szerint határozandó meg. De ha a halálozási rendet, minthogy a két első korévben a halandóság felette változik, az első életévre nézve hónapok, a másodikra nézve pedig évnyedek szerint akarnók meghatározni, — mi pedig felette kívánatos, — úgy az élve szülötteket is hónapok szerint kell feljegyezni.

Minden egyéb korfokozatra nézve az egykorúak számának megállapítására két indirect út kínálkozik.

Az első nem egyéb, mint ismételt alkalmazása a 17. §. II. identitásának, mely a halottak első fő-összességének tulajdonságain alapszik; azaz valamely nemzedék elveszülöttei számából kivonatik azok összege, kik közülök az első életév alatt meghaltak, tehát egy ismertnek feltételezett első fő-összesség; a maradék adja az 1-éves túlélők számát; e maradékból kivonjuk ugyancsak e nemzedék második évbeli halottait, sat. sat. Ez eljárást folytatva nyerjük az egész évek szerint haladó egymásutáni korfokozatoknak megfelelő egykorúakat; mivel pedig az egyes évi korosztályokból való halottak 1-ső fő-összességei szintén adva vannak, úgy fokozatosan összeállítható egy való nemzedék halálozási rendje.¹⁾

A míg a költözések okozta változásoktól eltekinthetünk, tehát az ifjabb korosztályokra, valamint egy minden elemeiben állandó népességre nézve e módszer — a születési és halálozási lajstromokból meritett adatok megbízhatósága miatt — minden

¹⁾ Ez egyszerű gondolaton alapszik lényegileg az úgynevezett »v. Hermann-féle módszer«; mégis avval a különbséggel, hogy tévedésből első helyett harmadik főösszességek vételnek alkalmazásba. Több évfolyam összefoglalása által e hiba tetemesen gyengül; de jóval nagyobb hiba az, hogy a költözések épen nem vételnek tekintetbe, miáltal az e módszer nyomán készült halandósági táblák helyessége nagyban szenved. Ezt Körösi a posteriori oly eredményesen kimutatta, hogy bírálatát Mayr ellenvetései nem gyöngítik. Hogy Körösi az első hibát nem vette észre, egyszerűen abból magyarázható, hogy »pesti tábláiban« és »individuális« módszerében, a nélkül, hogy tudná, ugyanebbe a hibába esik.

egyébnél előnyösebb volna, ha — mint már említettük is — nincs meg az a baja, hogy annak alapján egy halandósági tábla elkészülésére egy egész évszázad kívánatik. Míg tehát az ifjabb korosztályokra nézve e módszer feltétlenül ajánlható, addig a magasabb korosztályokra nézve, — részint az említett baj, részint pedig a költözések eredményezte hibák eliminálása végett, — az egykorúak meghatározására a második indirect út választandó. Mert alig vonható kétségbe, hogy a másik mód, t. i. a költözések számon tartása, vagyis a be- és elköltözések külön-külön följegyzése, még csak némi pontossággal is, nem eszközölhető.

Születési és halálozási lajstromok mellett felhasználván a népszámlálásokat, e második úton eljuthatunk célunkhoz, t. i. képzelt nemzedékekre vonatkozó halandósági tábla szerkesztésére. Közvetlenül ugyan valamely népszámlálás csak egy idejűket szolgáltat; de a 18. §-ból tudjuk már, hogy ezekből az elemi összességek, valamint az *Ia* és *IIb* identitások segítségével kiszámíthatók a nekünk szükséges egykorúak. Minduntalan utaltatunk tehát a hágai határozat tényleges fogantatására.

A halandósági mérések céljából tudvalevőleg ismernünk kell az egykorúak amaz összességét, melyből a halottak első fő-összege származott. De gyakorlatilag ez utóbbit egész számú naptári éveknek megfelelő nemzedékszakas, és bizonyos számú teljes éveket átkaroló korosztály határozza meg. Ebből következik, hogy az egykorúak szükségelt összességének kiszámítására ismernünk kell az egyidejűek számát is két naptári év fordulójakor.

Ebből pedig következik, hogy:

A népszámlálások vagy két naptári év fordulójakor eszközlendők; s ez mindenesetre a legegyszerűbb, ha nem is mindig a leghelyesebb eljárás; vagy pedig:

Ha a népszámlálások máskor fogantatnak, úgy egyzersmind beszerzendők azok az adatok is, melyek segítségével a népességnek a naptári év elején vagy végén való állása kiszámítható. Hogy pedig e célból mit kell tenni, az iránt elég tájékozást nyújt a 17. §.

Ha pedig a két legifjabb korosztályra nézve a halálozás rendje hónapok, illetőleg évnegyedek szerint határozandó meg, úgy természetesen a határozóhosszak egységeként nem az év, hanem a hónap, illetőleg évnegyed veendő. A halottakra vonatkozólag azonban a havi, illetőleg negyedévi korosztályok szerinti beosztás mellett még csak azoknak a két születési év szerinti másod-beosztása szükséges; a születési hónapok, illetőleg évnegyedek szerinti másod-beosztásuk pedig kívánatos bár, de felesleges. Népszámlálásoknál hasonlóképen felesleges a két legutóbbi születés évi osztályokat havi vagy negyedévi korosztályok (vagy

a mi ugyanaz: születési hónapok vagy negyedévek) szerint jegyezni.

Jelen §. fejtegetései a jelentésünk végén előadott csaknem valamennyi propositiót, nevezetesen a IV. indokolják. Kérjük azoknak megtekintését.

Az előbbiekhöz még csak két, némileg fontos megjegyzést kívánunk csatolni.

Az egyik vonatkozik amaz ellenvetésekre, melyeket oly gyakran felhoznak a censushoz az év végére való kitűzése ellen. A népszámlálások — mondja az ellenfél — oly időtájt ejtendők meg, mikor a népesség hullámlása minimumot ér. Megvallom, hogy részemről nem látok erre elég okot, ha csak az adminisztrációt nem vezetik talán előttem ismeretlen valamely okok. Mert az iránt, hogy legczélszerűbben csak a tényleges népességen ejthető meg a számlálás, a stat. congressusban nincs véleménykülönbség. Másrészt meg, úgy hiszem, eléggé bebizonyítottam, hogy hasonlókép csak a tényleges népesség halandósága mérhető meg némi pontossággal, és hogy le kell mondanunk valamely helység tisztán localis halandóságának meghatározásáról. Ezt megengedvén, bajosan láthatjuk be, hogy miért kellene egy bizonyos időpontkor létező tényleges népességnek előnyt adnunk egy másik időpontkor létező előtt. Ha valaki felhozná, hogy hát az állandó tartózkodásu (sédentaire) népesség halandóságát leginkább megközelíthetni azáltal, ha a népességet olyankor számláljuk, ha legkevesebbek az idegen elemek és legcsekélyebb a távollevő helybeliek száma, úgy kérdem, vajjon mit érünk el e nagy megközelítéssel, és nem táplálunk-e e tekintetben talán illuziót? Hogy mennyire közelítettük meg az igazságot, azt még körülbelül sem ítéltjük meg; az állandó tartózkodásu népesség halandósága tehát ez esetben sem állapítható meg pontosan; de ép oly kevéssé a helybeli tényleges halandóság, azaz ama népesség halandósága, mely átla g helybeli és idegen elemekből áll. Úgy hiszem, az utóbbi halandóság kipuhatólására a népszámlálás idejét akként kellene választani, hogy akkor a népesség hullámlása sem minimális, sem pedig maximális ne legyen.

Második megjegyzésem ama kicsinylő ítéletre vonatkozik, melyet igen tekintélyes oldalról (Knapp és a Hermann-féle iskola) a népszámlálásokra alapított halandósági táblákra mondtak. Azt állítják ugyanis, hogy e táblák — minthogy a nép maga vallja be korát, születése évét, sat. — megbizhatatlanok; így pld. szerintök a tapasztalat is mutatná, hogy a kerekszámú születési évek és kerekszámú korosztályok csak a szomszédok rovására vannak kiegészítve vagy megcsonkítva; ellenben a hivatalos közegek által vezetett születési és halálozási lajstromok, s így hát a reájuk alapított halandósági táblák is sokkal megbizhatóbbak.

Föltéve, de meg nem engedve, hogy az ellenfélnek igaza

van, — noha hirneves praktikusok, teszem Becker, ellenkező nézetben vannak, — úgy nézetem szerint mégis dilemmában mozgunk. Ha csakis születési és halálozási lajstromokat használunk, úgy azokból megbízható adatokat merithetünk ugyan, de a költözések okozta változások figyelmen kívül maradván, mégis helytelen eredményekre jutunk. Ha pedig népszámlálásokra támaszkodunk, úgy a költözés befolyása eliminálható ugyan, de hibák támadnak a cenzus alkalmával hibásan bevallott adatokból.

Hogyan lehetne ezen segíteni? Ugy hiszem igen egyszerűen juthatni ki e dilemmából azáltal, hogy a népszámlálásokat nem vetjük el egyáltalában, hanem csakis azokat, melyek nem pontosak; törekednünk kellene tehát, hogy a népszámlálásoknál követett eljárást olyképen javítsuk és tökélyesítsük, hogy azok ép oly megbízhatókká váljanak, mint a születési és halálozási lajstromok.

Az e célhoz vezető utakat a statisztikai congressus ismételten tárgyalta; sőt méltánylandó határozatokat is hozott ez irányban, melyeket csak foganatosítani kellene. Itt csak a következőket akarom ajánlani:

a) foganatosítsassék a családi okmányok megtekinthetésére vonatkozó londoni határozat és követtsenek Legoyt ez iránti becses utasításai;

b) kerülendők az 5 és 10 évi számlálási szakaszok, valamint a kerekszámú számlálási évek, mi által megakadályozható az, hogy a népesség a kerek számadatokat részesítse előnyben;

c) népszerű iratok, előadások, ujság-cikkek sat. által a népesség felvilágosítandó aziránt, hogy a népszámlálás magára a népre nézve igen fontos és hasznos, és hogy saját érdeke kívánja a helyes adatok bevallását; a mellett megnyugtató az iránt, hogy nem új adókiivetés, katona kötelezettség és egyéb terhekről van szó, hanem az egészségügyi viszonyok kipuhatólása és javításáról;

d) kerülendő az, hogy a népszámlálással együtt egyéb följegyzések is (pld. a marhákra vonatkozólag) tétessenek, valamint hogy a népszámlálás által valósitandó célok nagyon halmozódjanak; a kérdések lehetőleg egyszerűek és csekély számúak legyenek; egyrészt ne legyenek túlnyomóak a közigazgatás céljai, másrészt meg mérséklendő — hogy úgy mondjam — a statisztikai kíváncsiság.

Ezek teljesedtével bizonyára a népszámlálások is megbízhatóbbakká válnának s így a halandósági táblák is helyesebökké.

27. §. Vegyünk végre egy oly népességet, mely költözések befolyása alatt áll, és vizsgáljuk meg, hogyan lehetne kiküszöbölni az ezek folytán beálló zavaródásokat. Mert a jelenkorban az oly óriásilag kifejtett közlekedés, a legtöbb országban megadott szabad költözés sat. mellett a népességi mozgalomban a költözé-

sek oly jelentékeny tényezőt képeznek, hogy azok a halandósági méréseknel többé nem maradhatnak tekintelen kívül.

Már pedig a statisztika szakemberei általánosan megengedik, hogy pusztán az egyes be- és elköltözések hivatalos följegyzése által — bár ez igen fontos, sőt gondos foganasítást is érdemel — nem nyerhető a költözések okozta mozgalom hű és teljes képe. Sőt minthogy azok jó nagy száma nem is kerül hivatalos följegyzésre, úgy az ily hivatalos adatokra támaszkodó halandósági mérések meglehetősen hiányosak volnának. Azonfelül az ily anyagnak mérési czélokra való feldolgozása, minél az idő- és kor-határozmányok is tekintetbe veendőek, alig győzhető munkával volna összekapcsolva.

Nincs tehát egyéb hátra, mint hogy indirect uton legálább számszerint határozzuk meg a költözőket, azok idő-határozói és halandósági viszonyait illetőleg pedig beérvén valamely lehetőleg plausibilis föltevessel. Lássuk tehát közelebbről a dolgot.

Már a 19. §-ban megismertettük az olvasót e feladat megoldására vezető ama módszerrel, melyet Becker ajánlott. Emlékszenek még, hogy e mód szerint csak két népszámlálás által meg kell állapítani az időközben történt be- és elköltözések közötti különbséget és a szerint a mint e különbség tevőleges vagy nemleges, megfelelőleg beköltözöttek vagy elköltözöttek hozandók számításba. Becker ezekben fölvette, hogy »a mennyiben a kérdéses összességben belül a be- és elköltözések egymást kiegyenlítették, ez olyképen történt, hogy valamely elköltözöttet azonnal pótoltt egy beköltözött;« s egyuttal azt véli, hogy »a költözéseknek oly annyira elégtelen kipuhatólása és följegyzése mellett e föltevés ellen rendszerint mi sem szól.« Nem láthatom be, hogy a följegyzések hiányos volta mért tenné e föltevést elfogadhatóbbá; és nem is tanácsos, egy hiány miatt mindjárt egy másodikat is megengedni. De még egy második föltevés is szükséges, az t. i., »hogy a költözöttek halandósága egy korosztályon belül egyik korfokozaton ép akkora, mint valamennyi többin.« Csekély nézetem szerint e föltevés egyes kategoriákra, tehát külön-külön a be- és elköltözöttekre nézve — és lehetőleg szűk korosztály mellett még megengedhető; de nem tartom megengedhetőnek azt a föltevést, hogy a beköltözöttek valamelyik korfokozaton ugyanoly halandóságuk, mint az ugyane korfokozaton álló elköltözöttek, minthogy a halandóság nem csupán a kortól, hanem sok egyéb, társadalmi és helyi tényezőtől függ, melyek pedig két külön kategoriára nézve alkalmasint különbözök.

A nélkül azonban, hogy Becker ural e felett tovább vitakoznám, helyes halandósági táblák szerkesztése érdekében mindenesetre kívánatosnak tartom, hogy ez a föltevés — minthogy

amugy is elég van — mellőztessék; más szóval, hogy úgy a be-
mint elköltözöttek számszerint külön kipuhatólandók, a helyett,
hogy csak különbségükkel megelégednénk.

Talán a gyakorlati statisztikában való járatlanságnak fog
vétetni, de azért kimondom, hogy e puhatólást keresztülvihetőnek
tartom, még pedig azon az uton, melynek elméleti részét már a
19. §. III_b egyenletében letárgyaltam. Itt tehát még csak a gya-
korlati foganatosításról kell szólnom.

A III_b alatti identitásból látni, hogy $\begin{matrix} n' \\ \text{E} \\ n'' \end{matrix}$ kiszámítá-
sára $\begin{matrix} n' \\ \text{J}_v \\ n'' \end{matrix}$ és $\begin{matrix} n' \\ \text{M}_s \\ n'' \end{matrix}$ összességekre van szükségünk; s

épen mert mindkettőjében beköltözésekről, és a megfigyelés he-
lyén véghezmenő tüneményekről van szó, meghatározhatóak
tartom azokat.

Javaslatom ugyanis a következő:

A halotti cédulán, valamint a számláló lapocskákon kö-
vetkező kérdésekre kívánandó a »nem« vagy »igen«:

Bejegyeztetett-e a $\left\{ \begin{array}{l} \text{halott} \\ \text{számlált} \end{array} \right\}$ a közelebb múlt népszámlá-
láskor:

a) $\left\{ \begin{array}{l} \text{halálózása} \\ \text{mostani számlálása} \end{array} \right\}$ helyének számlálási jegyzékébe?
vagy b) » » kerületének » » ?
vagy c) » » országának » » ?¹⁾

Azután pedig tekintettel az e kérdésre adott feleletekre el-
készítendő a helység, kerület és országra nézve a kivonatok úgy
a halotti, mint a népszámlálási lajstromokból.

A halotti lajstromok kivonatóban még mindegyik elemi ösz-
szesség két kategóriára oszlanék: oly halottakra, kik az utolsó census-
kor számláltak közül valók (M_s által jelöltetvén), és ismét olya-
nokra, kik az utolsó censuskor még ama helyen nem számláltak
(tehát a beköltözöttek) közül valók (M_i vel jelöltetvén). Célunkra
elég az M_s kategória, melyet, ez eljárás nyomán, ismertnek ve-
hetünk.

Igy hát megvolna az anyag, melyből (a III_b identitás segít-
ségével) meghatározható az elköltözöttek száma.

¹⁾ A kérdés három (vagy több) külön kérdésre való e felosztásának
csak akkor van helye, ha az országos halandóságon kívül még az egyes kerü-
letek- és városokét akarjuk meghatározni s ezekből az előbbit megalkotni.
Ha ugyanis a kérdésben csak a helység vétetnének tekintetbe, úgy a kerületre nézve
mindazok az egyének elmaradnának, kik a kerületen belül változtatták tartó-
zkodásuk helyét; hasonlót mondhati az országra nézve.

Mielőtt ez anyagnak halandósági mérésére való felhasználásáról szólnánk, meg kell cáfolnunk még az ellenvetéseket, melyek javaslatunk ellen netalán tehetők.

Hogy a felvételeknél teendő kérdések száma egygyel szaporodik, hogy tehát a statisztikai hivatalok munkája némileg szaporodik, az nem vehető komoly ellenvetésnek. Fontosabb az, hogy a népesség önvallo m á s a nem eléggé megbízható. De ebből a szempontból a népszámlálásokat egyáltalában el kellene ítélnünk. Csak fel kell használni minden eszközt — még büntetéseket is — arra, hogy helyes feleletek adassanak; azonfelül épen az általam javasolt kérdésre rendszerint helyes felelet várható, mert egyrészt nem áll a népesség érdekében, hogy e tekintetben hamis — s amugy is ellenőrizhető — feleletet adjon, másrészt meg az emlékező tehetség is nincs valami különösen igénybe véve. Egyébiránt a statisztikának nem szabadna zavarba jönnie oly eszközök iránt, melyek segítségével e tekintetben is — miként az egyének kora iránt — megbízható hiteles adatokat nyerhetne. ¹⁾

Az általam ajánlott eljárás csak annyiban hasonlít Körösi ur »individuális« módszeréhez, hogy ez utóbbi is az elköltözöttek számát kívánja megállapítani; de nem is tekintve az eszközök egyszerűbb voltát, attól lényegileg különbözik abban, hogy a (valamely előbbi népszámlálás által kimutatott) tényleges népesség halandóságát akarja mérni, holott Körösi az állandó t a r t ó z k o d á s u népesség halálozási rendét véli megállapíthatni.

Célunkra a
$$\begin{array}{c} n' \\ \diagup \quad \diagdown \\ E \\ \diagdown \quad \diagup \\ n'' \end{array}$$
 összességnek ismerete szükséges

ugyan, de egymagában még nem elég. Egyelőre ugyanis abból csak a t' és t'' között foglalt több (teljes) évre terjedő számlálási szakasz alatt elköltözöttek összes számát tudjuk meg, mi pedig az egyes évekre eső elköltözések meghatározására még nem elég, holott épen ezekre van szükségünk. Így hát az egyes évekre való elosztást illetőleg főlvételekre vagyunk utalva, melyekre nézve csak annak megfontolása szolgálhat irányadóul, hogy önkényes beosztásunk nem történik a valószínűség ellenében, hanem hogy az elköltözéseknél is, miként a halandósági tábláknál, bizonyos szabályszerű fokozást várhatunk, nem pedig ugrásokat. A legegyszerűbb felvétel az, hogy az elköltözések számát az egyes években egyenlőnek tekintjük, vagy pedig arányosnak a mindenkori

¹⁾ Így pld. minden népszámlálásnál az evvel megbízott közegek erről mindegyik számlált egyének — természetesen nyomtatott — bizonyítványt kézbesítenének, mely a legközelebbi számlálásig elteendő s akkor megmutatandó.

népességhez. De még úgy is mindig megmarad valami bizonytalanság, mely azonban annál kisebbé válik, mentől kevesebb évre terjed a repartitio, azaz mentől kisebb a számlálás szakasza; ebből a szempontból tehát lehetőleg rövid (legfelebb 10 évi) szakaszok ajánlandók. (Lásd a III. propositiót).¹⁾

Beckernek, a költözések közvetlen megfigyeléseinek (melyek minden esetre támaszt nyújtanak) értékesítésére, valamint a népszámlálási eredmények megvizsgálására és (a be- és elköltözöttek megállapított száma által) helyreigazítására vonatkozó javaslatai nagyon is elfogadhatók; bővebben tájékozhatni ez iránt Becker véleményadásában.

De miután az elköltözöttek egyes évek szerinti elosztása megtörtént, még mindig nem mehetünk át a halandóság mérésére, hanem előbb még egy igen fontos feladatot kell megoldanunk. Mert az elköltözöttek számának ismerete csak eszköz a célra; a mire ugyanis szükségünk van s mihez e szám is kell, ez azok száma, kik ez elköltözöttek közül idegen területen haltak meg (s a kiket majd E_m által jelölünk).

Ha ugyanis feladatunk az, hogy az a évesek egy évre terjedő ($S_{a, 1}$) halandóságát mérjük, $\sum_{n=1}^a$ összesség valamiképen

adva lévén, úgy ez élőket kétségkívül viszonyba kell helyoznunk mind ama halottakhoz, kik közülök az $a+1$ életkor elérése előtt kiváltak. De ezeknek ismét csak egy része (az M_s által jelölt) halt el a megfigyelés helyén, s e részt közvetlenül lehet meghatározni; a halottak másik részét pedig, melylyel M_s még megtoldandó, azon elköltözöttek képezik, kik külföldön haltak meg s így hát még kipuhatólandók.

Azonban nemcsak hogy majdnem lehetetlen, de keveset is használna, ha — teszem nemzetközi statisztika útján — a külföldön elhaltak tényleges számát közvetlenül megtudnók. Mert nem azon fordul meg a dolog, hogy megtudjuk, hányan haltak meg tényleg az idegen befolyások alatt, hanem azon, hogy mekkora számú halottat szolgáltatott volna az elköltözöttek, ha a megfigyelés helyén uralkodó, még csak meghatározandó halandóság befolyása alatt állnak vala. Látni, hogy ez csak számítás által és föltevések alapján határozható meg.

Világos ugyanis, hogy a halottak számítás által meghatározandó eme száma a költözöttek ismertnek tekintett számán kívül még a következőktől függ:

¹⁾ E fejtegetések arra a kívánságra vezetnek, melyet a 31. §-ban 1) alatt kimondottam, de a melyet nem mertem a congressusnak elfogadandó propositióként ajánlani.

a) A megfigyelés helyén az a és $a+1$ közötti korfokozatokon uralkodó halandóságtól; és

b) a költözések megoszlásától a kérdésben levő összességen belül.

Mindkét tekintetben pedig, azaz matematikailag szólva: úgy a halandóságot mint az elköltözést ábrázoló görbe vonal menetére vonatkozólag plausibilis föltevés alkotandó. Az is világos, hogy több ilyen, még pedig egyenlő jogosultságu föltevés lehetséges; és Heym, Wittstein és Zeuner tényleg fel is állítottak olyanokat. A számítások keresztülvitelét tekintve a legegyszerűb-
bek egyike, melyből Becker is kiindul, talán a következő:

1) A halálzási pontok az első fő-összességben egyenletesen oszlanak el.

2) Ugyanez áll az elköltözés pontjairól is.

3) A kívül meghaltak száma összetett, és egyenes arányban van: a) az elköltözöttek számával, b) a megfigyelés helyén az a -tól $(a+1)$ -ig terjedő korosztályban uralkodó normalis halandósággal, és c) az elköltözés kora és a korosztály felső határa közötti különbséggel. ¹⁾

Ha most föltevésünk 2. pontja alapján a 16. §-beli mértani szerkesztés nyomán meghatározzuk az elköltözés korának középértékét, mely nyilván a és $a+1$ között foglaltatik, úgy tekintettel a föltevés többi pontjára nyilvánosan áll:

$$a \overset{n}{\underset{n+1}{E_m}} a+1 = a \overset{n}{\underset{n+1}{E}} a+1 \cdot \frac{S_{a,1}}{2} \dots \dots \dots 1)$$

Ha pedig az elköltözések egyenletes megoszlását csak az elemi összességekre nézve tartanók megengedhetők, akkor (a 16. §. felhasználása mellett) a következő egyenlet állana:

$$a \overset{n}{\underset{n+1}{E_m}} a+1 = \left[a \overset{n}{\underset{n+1}{E}} (n+a+1) - 2 \cdot (n+a+1) \overset{n}{\underset{n+1}{E}} a+1 \right] \cdot \frac{S_{a,1}}{3} \dots \dots 2)$$

Végre a keresett halandóságnak kifejezése a következő:

$$S_{a,1} = \frac{a \overset{n}{\underset{n+1}{M_s}} a+1 + a \overset{n}{\underset{n+1}{E_m}} a+1}{\frac{n}{n+1}} \dots \dots \dots 3)$$

¹⁾ Annak dacára, hogy e föltevés, miként könnyen látni, belső ellentmondásoktól nem ment, annak gyakorlati alkalmazása mégis eléggé pontos eredményeket ad, s így az meg is engedhető.

De ez egyenlet $S_{a,1}$ -re nézve még kifejtetlen, mert a jobb oldalon levő tört számlálójának második tagja, miként 1) és 2) segítségével felismerhető, szintén tartalmazza $S_{a,1}$ -et, mint tényezőt. Azonban ez egyenletnek $S_{a,1}$ szerinti megfejtése semmi nehézséggel sem jár. Ugyanis 3)-ba az 1) alatti értéket helyezvén, és $S_{a,1}$ -et az egyenlet egyik oldalára hozandó ismeretlennek tekintvén, következnek:

$$S_{a,1} = \frac{a \begin{array}{c} n \\ \boxed{M} \\ a+1 \end{array}}{n+1} \dots \dots \dots 4.)$$

$$\frac{n}{n+1} a - \frac{1}{2} \times a \begin{array}{c} n \\ \boxed{E} \\ n+1 \end{array} a+1$$

Hasonló kifejezést nyerünk, melyet azonban nem tartunk felírandónak, ha 3)-ba a 2) alatti értéket helyettesítjük.

A 4) alatti képlet csak jelölésben különbözik attól, melyet Becker közölt. ²⁾

Ha pedig Becker javaslata szerint csak a be- és elköltözések közötti különbséget vesszük számításba, és ha — mint az a gyakorlatban többnyire úgy is van — a születési szakasz és a korosztály egyenlő számú egységeket tartalmaznak, pld. egy évre terjednek, úgy fentebbi föltevés mellett a mi jelölismódunk szerint következő egyszerű képletre jutunk:

$$S_{a,1} = \frac{a \begin{array}{c} n \\ \boxed{M} \\ n+1 \end{array} a+1}{\cancel{\frac{n}{n+1}} (n+a+1) + a \begin{array}{c} n \\ \triangleleft \boxed{M} \\ (n+a+1) \end{array}} \dots \dots \dots 5.)$$

Ebben pedig $(n+a+1)$ nem egyéb, mint a halálózások közép ideje; mondhatjuk hát, hogy fentebbi föltevés mellett a halandóság kiszámítására elégséges: a halottak első fő-összessége, továbbá azon elemi összességek egyike, a melyekre az felbontható és végre az illető nemzedék-szakaszoknak a halálózási középidejű állított népessége (egyidejű egyénei). De hogy az eredmények lehetőleg megközelítsék az igazságot, arra szükséges, hogy a népesség közvetlenül, valamely naptári év végével történt népszámlálás által legyen meghatározva; ha azonkívül ismeretesek a halottak csatlakozó elemi összességei (a censust megelőző és az azt követő évből), úgy már egy népszámlálás

²⁾ V. ö. a függelék II. jegyzetét.

alapján és igen rövid megfigyelési idő alatt elkészíthető egy halandósági tábla. S ezekből áll Zeuner javaslata is. De nem szabad (mint azt Farr és egyebek módszere kívánja) e népességeket kiszámítani, t. i. a halálozási időszak elején és végén talált népesség középértékét venni; mert ez csak oly további feltevés mellett lehetséges, hogy a két elemi összesség egyenlő nagyságu, mi azonban, minthogy az igazsággal nem egészen egyezik, az eredmény megbízhatóságát csökkenti.

Hasonló föltevések, melyek szintén nem egyeznek egészen a valósággal, Baumhauert arra az állításra vezették, hogy a tizedik éven felüli korosztályok vitalitását egyszerűen úgy lehet találni, hogy a Moser módszere nyomán kiszámított vitalitáshoz hozzáadunk egy félegységet; ez ellen azonban sok kifogás tehető. ¹⁾

28. §. Most már teljesen előkészülvén arra, hogy a beérkezett három véleményadásnak a bevezetésben csak vázlatosan adott jellemzését behatóbban indokoljuk, azokról az ott követett sorrendben ime referálunk; kezdjük pedig Baumhauer dolgozatán.

Miután a szerző mindenekelőtt tömör rövidséggel előadta a halandósági táblák czélját és alkotó elemeit, tekintetbe veszi azok zavaró elemét, a költözéseket. Igen érdekes statisztikai bizonyítékokkal kimutatja ezek nagy befolyását a népesség állására; azután felteszi ugyan azt a kérdést, vajjon hogyan lehetne e befolyást eltávolítani, — de nem válaszol reá.

A szükséges világosságot és helyességet, mert az élők és halottak különböző nemű összességeinek megkülönböztését, s egyáltalában a tudományos terminológiát nélkülöző okoskodás által szerző eljut ama magában véve ugyan helyes, de kellő szigorúság nélkül kifejezett eredményhez, hogy — saját elnevezéseinket alkalmazva — a népszámlálások által kipuhatolt egy idejűek helyett azon egykorúak vétessenek számításba, kik közül való a halottak első főösszessége. Ezáltal a vitalitás oly képletét nyeri, mely saját jelölésmódja szerint következő alakú: $\frac{P + da}{D}$, hol P a népességet, D egy év halottait, és da ezeknek azon részét jelöli, mely a census előtt halt el. E képletre alapítja Baumhauer amaz ismert határozatot, mely Hágában hozatott, s a melynek itt újból kiemeli fontosságát. E határozatnak, ha nem is indoklásával, de legalább tartalmával tökéletesen egyetértünk.

¹⁾ Jónak találtam az itt javasolt eljárást egy számpélda által magyarázni, mely a függelék III. jegyzetében található.

Ama toldalékát pedig, hogy »a kor és születési évek szerinti eme beosztás a népességi táblákban is megtartandó, ha a census nem történik az év utolsó napján«, e megtoldás szerintünk vagy keveset, vagy pedig nagyon is sokat követel: keveset ha ez az egyetlen rendszabály volna, mely által a népességet az év végére akarja állítani, a nélkül, hogy egyúttal az időközben születtek és meghaltak megfelelő jegyzéke vezetettnek; ha pedig ez utóbbi tényleg megtörténik, még pedig úgy, hogy a halottak születésök éve szerint beosztatnak, akkor a Baumhauer által kívánt beosztás fölösleges; mert általa csak azt tudhatni meg, hogy hogyan oszlanak el az egyes születésévi osztályok az évnek a census előtti és annak ez után következő részében; e tudásnak pedig semmi hasznát sem látjuk; véleményünk szerint elég, ha a censussnál az élöket pusztán születésévek szerint osztályozzák.

Az az eszmejárás, mely v. Baumhauert képletére vezette, egyszersmind arra az állításra is juttatta, hogy a 11-dik életévtől kezdve $da = \frac{1}{2} D$, hogy tehát a vitalitás $= \frac{P}{D} + \frac{1}{2}$ értékkel.

Ama föltevés ellen, melyen ez állítás alapszik, már fentebb megtettük ellenvetéseinket; itt csak azt bátorkodunk hozzátenni hogy $\frac{P}{D} + \frac{1}{2}$ képlet, különösen a felsőbb korosztályokra nézve, oly eredményekre vezetend, melyek a valóságtól felette eltérnek majd, mert e korosztályokra nézve is, miként a legifjabbaknál, a halandóság egy éven belül is nagyon változik.

Továbbá hangsúlyozza, hogy milyen fontos a születési és halálozási lajstromok lehetőleg pontos vezetése, egyúttal figyelmeztet azon nehézségekre és hiányokra, melyekkel jár a közép-népességnek megállapítása, ez irányban való nagy elővigyázatra és a zavaró befolyások szorgos tekintetbe vételére invén az illetőket.

Végre nagyon is figyelemre méltók e rövid mémoire ama zárszavai, hogy az így készült halandósági táblák csak múlandó becsüek, hogy tehát ez irányban mindig újra meg újra kezdendő a munka. Csakhogy ez állítás indokolásának egyik részét, hogy t. i. e mindig megújuló munkára minket a költözések készítenének, meghaladott álláspontnak mondanám, remélvén, hogy a statisztika jövőben majd a javított módszereket követendi, melyek lehetővé teszik a költözések zavaró befolyásának kiküszöbölését.

Szorosan vett új dolog tehát ebben a mémoire-ban nem foglaltatik, s minthogy v. Baumhauer úr megjegyzéseit nem alakította proпозиciókká, a congressusnak nem is lehet alkalma azok felett vitatkozni.

29. §. Biráló megjegyzésekre már sokkal több anyagot szolgáltat Kőrösi úr véleményadása, melyben a megfigyelés új módszere is ajánlatik. A következőkben röviden kifejtjük az ő eszmemenetét, de egyúttal előadjuk saját kifogásainkat is.

a) Az első szakaszban, mely »a feladat határaitól« szól, szerző kizár minden következtetést, mely már készen levő halandósági táblákból tisztán matematikai úton levezethető, valamint a halandóság törvényének matematikai kifejezésére irányzott minden vizsgálatot, — nem tartván ezeket a dologra tartó kérdéseknek.

Ha e tekintetben egyetérténék is vele, úgy már azt a további következtetését, hogy t. i. a matematikának feladatunkhoz épen-séggel nincs köze, túlzottnak tartjuk. Igaz ugyan, hogy végelemzésben minden kalkulus visszavezethető »puszta reflexióra« természetesen csak helyesre. Csakhogy némileg terjedelmes — és bonyodalmas gondolat soroknál a helyes »reflectálás« még az élesebb elmére nézve is oly bajossá válik, hogy a matematika apparátusa és saját szerű stenografiája nélkül avval alig lehetne megküzdeni. De ez nemcsak a deductiv, hanem ép oly mértékben az inductiv tudományokról (tehát a statisztikáról) is áll, melyekben mennyiségek méréséről és megfigyelésekről van szó. Hiszen — mint Kőrösi is helyesen megjegyzi — a megfigyelés módja alatt azt értjük, hogy mit és hogyan kell megfigyelni. Természetes, hogy a »hogyan« mindig az illető inductiv tudomány sajátos technikájára tartozik, de a »mi« többnyire a matematika körébe való; akár algebrai képletekkel, vagy mértani szerkesztésekkel — mi legczelszerűbb, akár pedig a mennyiség-tani jelképeket közönséges szavakba foglalva mennyiség-tani exactsággal rendes úton okoskodjunk. Így a halandósági mérések-nél a mérés tárgyának meghatározása a matematikai reflexió feladata; a hol ez nincs meg, ott könnyen tévedhetni hibás következtetésekre, mint azt Kőrösi úr »individuális« módszere is mutatja.

b) Dolgozata 2-dik szakaszában Kőrösi bebizonyítja, hogy »a halandósági megfigyelések a népességnek ama kiválasztott, állandó tartózkodású (sédentaire) részére vonatkozhatnak, mely huzamosb helyben létele által qualificálva van arra, hogy halandósági jelenségeiben az erre ható helyi tényezők befolyását visszatükrözze.«

Ha Kőrösi úr következetesen ragaszkodnék elvéhez, úgy elméleti szempontból nem lehetne ellene kifogásunk. De alább az olyant mondja állandó lakósnak, ki legalább 3 évig tartózkodott az illető helyen, miáltal elvét egy teljesen önkényes fölvétel

ingadozó alapjára állítja. De hogyan lehetne csak némi biztossággal is meghatározni amaz időszak minimumát, melyben az acclimatizáció hygienikus szempontból megtörténtnek volna mondható? És ha e minimum meg is volna, úgy még mindig kérdéses, vajjon az mindennemű egyénre nézve ugyanaz? De hát ragaszkodhatunk-e egyáltalában még az acclimatizáció elméletéhez, a mikor a statisztika, de különösen Dr. Boudin megfigyelései az illúziók országába utasította azt?

Következelés maradván elvéhez, Körösi úrnak a halandósági megfigyeléseket a népességnek csak azon részére szabadna kiterjeszteni, mely a megfigyelés helyén születvén, azt soha el sem hagyta. Hogy pedig ez esetben (Mayr kifejezése szerint) tényleg »csak egy mesterként kiválasztott s nem is jelentékeny töredéke a népnek« maradna megfigyelendő, s hogy azonfelül »az emberiség egyik fele arra volna fordítandó, hogy a másik felett a bölcsőtől kezdve egészen a sirig örökadjék«, ezt talán maga Körösi úr is megengedi.

A szorosán vett állandó népességnek kipuhatólása tehát utópia marad, s nincs egyéb hátra, mint hogy a tényleges népességre szorítkozzunk.

c) A harmadik szakaszban szerző azt fejtegeti, hogy miképen tudhatni meg valamely népesség halálózási rendét s ezt először egy minden elemében állandó népesség példáján meg is mutatja.

Erre nézve — szerző szerint — elégséges e két adat:

1) azon egyének száma, kik ama korosztályokban vannak, melyeknek halálózási rendét megtudni akarjuk.

2) a tetszésszerinti időszakokban meghalt egyének száma és kora.

De ez sem szabatosan, sem pedig helyesen nincs kifejezve. Mert 1)-ben nem szabadna korosztályokról, hanem csak korfokozatokról szólni; 2)-ben pedig a halottak összességét közelebb kellene meghatározni.

Szerző azután megmutatja, hogyan határozható meg (állandó népesség mellett) egy való nemzedék halálózási rendje egyetlenegy népszámlálásból — és hozzá kellene tenni: a születési lajstromból — és a halálózási lajstromokból; a következőkben pedig fejtegeti e megfigyelési mód ama hátrányát, hogy egy teljes halálózási rend elkészítésére több mint száz év kellene, s ezután a képzelt nemzedék halandósági tábláját veszi szemügyre.

De minthogy szerző szem elől téveszti a föltevéseket, melyeken az ily táblák nyugszanak, nem veszi észre, hogy az eljárás, mely ez esetben követendő, ellenkezik az »individuális«

módszerrel; a mennyiben az ily esetben nem figyeltetik meg »határozott egyének zárt körének lassankénti elhalása.«

Szerző azután valamely fluctuáló népesség esetére tér át és megmutatja, mily jelentékenyek lehetnek a hibák, melyek a költözések elhanyagolása folytán a halálozási rendbe becsuszhatnak, mi által arra a következtetésre indítatik, hogy a népesség hullámlásának zavaró befolyása csak úgy kerülhető ki, ha a holt számjegy helyett az annak megfelelő élőket, ha számok helyett az egyének halálozását kísérvük figyelemmel.«

De a tisztelt szerző ur itt sokat is bizonyít. Mert helyes csak az, hogy bizonyosságot kell szereznünk aziránt, hogy azon halottak, kiknek száma a balandósági viszony számlálóját képezi, kizárólag és valamennyien amaz élők közül valók, kiknek száma a kérdéses viszony nevezőjét képezi; de már sokat mondunk, állítván, hogy a kivánt bizonyosságot csak azáltal nyerhetjük, hogy a Kőrösi által ajánlott mód szerint figyelemmel kísérvük az egyéneket; sőt e mód épen hátrányokkal is járhat, minthogy általa — miként látni fogjuk — a hibák egy új forrása nyílik meg.

d) A 4. szakaszban szerző »az individuális megfigyelési mód gyakorlati keresztülvitelét« tárgyalja. Az eljárás, melyet ajánl, a következő:

Mindegyik népszámlálás alapján népességi lajstrom szerkesztendő, melybe a tényleg meglevő népességen kívül még az oly egyének is fölveendőek, kik a számlálás idejekor ideiglenesen távol vannak (Már ebből is hibák keletkezhetnek, még pedig az által, hogy egy és ugyanazon egyént kétszer számlálják). E lajstrom legalább a legközelebbi számlálásig megőrzendő. Jelöljünk egy, minőség és kor szerint meghatározott összességet, melyet az összes népességből kiválasztottunk, A-val.

E lajstromból a halálozás napjának megjegyzése mellett mindazok töröltetnek, kik emez és a legközelebbi népszámlálás között meghaltak. (Az első számlálás után beköltöztek halála tehát be nem jegyezhető, a mi helyes; de egy hiba az által keletkezik, hogy a lajstromból azok sem törölhetők — s így haláluk sem jegyezhető be, — kiknek azonossága a lajstromban foglalt valamely egyénnel nem constatálható). Jelöljük azok számát, kik ilyenképen A-ból töröltettek, T-vel.

A következő census befejezése után az 1-ső lajstromban megjelöltetnek azok, kik a második számláláskor is megvoltak (s ez képezi az individuális eljárás jellemző sajátágát.) Legyen azok száma, kik A-ban így megjelöltetnek, B.

Azon egyének tehát, kik az első lajstromban meg nem jelöltettek (kikhez tehát a tényleg többé ott nem lakókon kívül még mindazok tartoznak, kiknek identitása nem volt con-

statálható) »a helyet elhagyták és figyelmen kívül maradtak.«

Ennyiből áll az »individuális módszer.« Sajátsága tehát az, hogy $T + B$ az élők azon összességét jelöli, mely a halandóság meghatározásánál egyedül jó tekintetbe és a mely viszonyba hozandó a T -vel jelölt töröltöttekhez; s így hát a halandóság

számát $\frac{T}{B + T}$ által fejeztetnék ki, míg $A - T - B$ az elköltözöttek számát jelenti.

Abban pedig, hogy ez elköltözöttek »figyelmen kívül maradtak«, rejlik e mérési mód alap-hibája.

E figyelmen kívül hagyás ugyanis csak azon egy feltétel mellett járná meg, hogy ha valamennyi elköltözés közvetlenül az 1-ső népszámlálás utáni első pillanatban történt volna. Mert csak így eredhetett a T számmal megfigyelt valamennyi halálozás kizárólag a mindjárt az időköz elején ($B + T$)-re leolvadt s további költözés által többé nem zavart népességből.

De ha a másik szélső esetet vesszük, hogy t. i. az elköltözések mindmegganyian az időköz végén, azaz egy pillanattal a 2-ik számlálás előtt történtek, úgy a T halott nemcsak ($B + T$)-ből, hanem az időköz elejétől egészen annak végéig meglevő és költözések által nem háborított A számú népességből eredt volna;

ez esetben tehát a halandóság tulajdonképen $\frac{T}{A}$ volna, nem pedig $\frac{T}{B + T}$, mely érték nagyon is nagy volna.

Természetesen sem az első, sem pedig a második föltevés, épen mivel mindegyike szélső esetet képez, nem felel meg a valóságnak; de hiszen ezek csak azért tétettek, hogy így ad oculos demonstráltassék, hogy nem egyedül a költözések számát, hanem azok idejét is kell számításba venni; hogy tehát annyiban, a mennyiben az 1-ső föltevés helytelen, az elköltözötteket sem szabad »figyelmen kívül hagynunk.« A valóságnak sokkal megfelelőbb az, ha az elköltözötteknek a két számlálás közötti időközre való eloszlása iránt valószínű föltevést alkotunk s ennek alapján kiszámítjuk a költözések közép idejét, s azután az elköltözötteket a megfigyelés helyén töltött idejükhöz mérten számításba vonjuk; miről egyébiránt bővebben szólottunk a 27. §-ban. ¹⁾

A Körösi-féle módszer védelmére a mondottak ellen talán az hozható fel, hogy az imént kiderített hiba csak a halandóság mérését illeti, nem pedig az erre szükséges adatok beszerzés-

¹⁾ Dienger tanárnak a Körösi-féle mód eme hibájának javítása iránt tett kísérletét illetőleg lásd a IV. jegyzetet a függelékben.

sének módját, hogy továbbá e hiba könnyen javítható és a módszernek lényeges értéke abban áll, hogy semmi más uton el nem érhető pontossággal ismerteti meg az elköltözöttek számát, melyre pedig saját fejtegetéseinkben is nagy súlyt fektettünk.

Erre következő válaszuk van: az individuális módszer ez eredményéhez egyszerűbb módon is juthatni; nem szükséges erre a népességi lajstromok vezetése, s a hol ezek netalán mégis megvolnának, — a halottak törlése; nem szükséges továbbá a két egymásutáni census számláló lapocskáinak megejthető ugyan, de azért mégis terhes és költséges összehasonlítása és a második számláláskor még meglevő egyéneknek az első lajstromban való megjelölése, mely feladat még bonyolódottabbá válik az állandóvá lett beköltözők kipuhatólása által, különösen ha a meghonosodás és a számlálás időszakaszai egymástól eltérnek. Az elköltözöttek számának meghatározására — ha már be nem érjük a be- és elköltözötteknek Becker által is ajánlott különbségével — teljesen elég az általunk a 19. és 27. §§-ban megalapított és a IV. alatti 4. b) és 5. d) propositiókban ajánlott eljárás. Az említett helyen megcáfolni iparkodtam az ellenvetéseket is, melyek ez eljárás megbízhatósága ellen netalán felhozhatnának; de az individuális módszer sem biztosít teljes pontosságot. Csak meg kell gondolni, hogy hány tévedés keletkezhetik az identitás constatálásakor a hamis helyesírás, névváltoztatás, a leányok kiházásítása, a megfigyelés helyére szorító lakás változtatás stb. folytán. Amaz állítás pedig, hogy e tévedések azáltal, hogy egyaránt fordulnak elő az élőknel és halottaknál, egymást kiegyenlítik, egy oly föltevésen alapszik, mely csak nehezen tűntethető fel elfogadhatónak.

Egyébiránt már fentebb [b) alatt] kimutattam, hogy csak illúziókkal altatjuk magunkat, azt hívén, hogy az individuális módszer által csakugyan kipuhatóljuk a szorosán vett állandó tartózkodású népesség halandóságát. E módszer tehát nem érdemes a nagy fáradságra, melybe kerül.

e) A Kőrösi-féle véleményadás hátralevő részével röviden bánhatunk el. Fejtegeti az ismertető jegyeket, melyek az identitás constatálására szükségesek; e jegyek lényegileg ugyanazok, melyeket a congressus már Londonban is megállapított.

A módszer illusztrálása végett közöltt példát illetőleg pedig csak megjegyzem, hogy abból aggasztólag kírí az egyidejűek és egykorúak, valamint a halottak különböző nemű összességének egymással való összetévesztése.

Az értekezésnek mintegy saját védelmére szolgáló ama részéről pedig, mely az individuális módszer foganatosítására megkívánt munkát és költséget kellő mértékére iparkodik redukálni, nem mondom ítéletet; ezt a praktikusokra bízom.

f) És most már Körösi ur határozati javaslatairól röviden szólhatok.

Minthogy azok az állandó tartózkodású népeesség kipuhatlására vonatkoznak, mint a mely az individuális módszer anyagát képezi, én pedig az előbbieken e módszer tarthatatlanságát mutattam ki, úgy nem is ajánlhatom azokat a congressusnak elfogadás végett.

Hogy részleteket is említsek, kiemelem a következőket:

Az első javaslat, mely a népeességi lajstromoknak a halandósági táblák szerkesztésére való felhasználására vonatkozik, feleslegesnek bizonyul; az ilyen lajstromok vezetése általában véve hasznos ugyan, de az említett célra nem szükséges. Ha pedig amúgy is vezetettek, úgy haszonnal fordíthatók utolsó censuskor való itt- vagy távollétre vonatkozó önvallomások egyes próbák általi ellenőrzésére.

A 2) és 5) alatti határozati javaslatokat már a londoni congressus is elfogadta.

Végre a 6) alatti javaslat itt nem látszik kellő helyén levőnek, mert nem tartozik a fenforgó kérdés keretébe.

Abban a kellemetlen helyzetben vagyok tehát, hogy a Körösi ur által tett javaslatok egyikét sem ajánlhatom elfogadás végett.

30. §. Becker ur véleményadásával itt annál rövidebben foglalkozhatom, minthogy azt jelentésem előbbi részeiben már behatóbban fejtegettem.

Már az egész — igen alapos, éleselméjű, és a tudomány magaslatán álló dolgozat ellen is csak kevés, de a resolútiók ellen épen semmi kifogás sem tehető. Mert ezeket szerző és a magam elméleti nézetei közötti különbség nem érinti.

Legtöbb véleménykülönbség forog fenn szerző 2-dik és 3-dik halandósági mértéke, valamint ezek relativ becse iránt. Én ugyanis, ellentétben a szerző nézetével, e mértékeket nem tartom elfogadhatóknak, mert nem felelnek meg a mérendő mennyiségnek. De azért elismerem, hogy a dolgozat e része is sok érdemest tartalmaz; világosan kifejti ugyanis a föltételeket, melyek alatt ez előbb oly gyakran használt módszerek, melyek nélkül az anyag mineműsége miatt talán a közelebbi jövőben sem lehetünk meg igen, valóságos halandósági mértékeket szolgáltatnának. De mivel e föltételek a valósággal nem egyeznek, csak az első módszert tartom helyesnek.

Minthogy pedig resolútiói épen ez első módszerre — a természetes feladatra megkívánt anyag beszerzésére vonatkoznak, úgy azokat teljes tartalmuk szerint ajánlhatom a congressusnak elfogadásra; csak az elrendezést és szövegezést illetőleg tettem némi csekély módosításokat.

Azonfelül bátorkodtam két új propositiót [IV. 4. b) és 5. d)]

közbetoldani. Ezeknek célja a be- és elköltözötték számának külön-külön való kipuhatolása. Ez egyszerű következménye ama, fentebb már részletesen tárgyalt második nézetkülönbségnek, mely köztem és a szerző között fenforog.

Lehet, hogy a gyakorlat e javaslatokat ez időszerint keresztülvihetetleneknek mondja; nyugodtan várhatom az ítéletet, meggyőződve lévén, hogy szerény tehetségeimtől telhetőleg a kérdéses irányban haladni iparkodtam és egy oly gondolatot fejtettem ki, melyet a jövő talán még sem fog a jámbor óhajítások közé dobni.

Engedtessek meg, hogy a propositiók előterjesztése előtt még kifejtsék némely oly eszmét, melyeket részben magam is még csak a jámbor óhajítások közé számíthatok, a miért nem is bátorkodtam azokat javaslatok alakjában a propositiók közé sorozni.

31. §. 1) A 27-dik §-ban már utaltunk a hibákra, melyek a halandósági táblák szerkesztésébe ama költözések önkényes felosztása folytán becsúsíthatnak, melyek két népszámlálás között csak összegök szerint figyeltettek meg. Ez okból ajánlatosak a rövid számlálási szakaszok, s e tekintetben az volna az eszmény, ha két olyan számlálásnak eredményét lehetne összehasonlítani, melyeket csak egy év választ el.

Évenkinti népszámlálások azonban nem igen ejthetők meg; de úgy hiszem, misem akadályozhatná azt, hogy azokat — a nélkül, hogy valamely országban eddig is szokásban volt számukat szaporítanók — páronként, még pedig olyképen vegyük foganatba, hogy az egy-egy párt képező két számlálást mindig csak egy év válaszsza el. Ez eszmémet talán legjobban megvilágíthatom egy rövid példával. A német birodalomban most öt évenként közölnek egy-egy censust; mondjuk, hogy a m -dik, $(m+5)$ -dik, $(m+10)$ -dik, $(m+15)$ -dik, $(m+20)$ -dik, . . . évben. E helyett az én javaslatom szerint a számlálások az m - és $(m+1)$ -dik, az $(m+10)$ - és $(m+11)$ -dik, az $(m+20)$ - és $(m+21)$ -dik, . . . években volnának foganatosítandók; az időköz tehát a helyett, hogy állandóan 5 év volna, felváltva egy és kilenc évből állana.

Ezáltal először is azt nyernők, hogy az egy évi közök által elválasztott mindenik pár magában véve a halandóságnak az eddiginél sokkal pontosb mérését engedné meg; azonfelül pedig két szomszédos, pld. m , $m+1$ és $m+10$, $m+11$ pár eredményei kiinduló pontjait képeznék egy oly haladványnak, mely a 9 évi időközben megfigyelt költözéseket helyesebben engedné az egyes évekre szétosztatni, mint ezt az eddigi számlálási szakaszok mellett lehetett tenni.

Valaki talán felhozhatná, hogy javaslatom mellett roszul

járna a közigazgatás; erre csak azt mondhatom, hogy céloimat egyesegyedül lehetőleg pontos halandósági mérések képezték.

2) Egy második kívánságom a halandósági táblák külső alakjára vonatkozik.

Mindeddig a halandósági mérések eredményeit két mód szerint szokták összeállítani: vagy azt teszik, hogy a tényleg megfigyelt számok helyett a túlélők átszámított értékeit sorozzák egymás mellé, melyeknek különbségei azután egy második rovatban a halottak számát adják, s így keletkezik a redukált túlélési és halálozási rend; vagy pedig a tizedes törtekben kifejezett halandóságot magát állítják össze egy táblába, legfeljebb azt a (Knapp által is ajánlott) szabályt tartván szem előtt, hogy egy tizedes helylyel kevesebbet fejtenek ki, mint a hány számjegyből áll a közönséges törtnek (az élők számát kifejező) nevezője.

De úgy az egyik, mint a másik alaknak megvan az a nagy hátránya, hogy az ily táblákból nem tudhatni meg a megfigyelések nyomatékát, azaz megbízhatóságuk fokát, minek folytán a halandóságok összehasonlításánál — mi pedig a mérések főcélja — könnyen vezetettünk tévútra. A mondottakat ismét egy példával világítom meg.

Tegyük fel, hogy két ízben méretett meg a halandóság; és pedig először azt figyelték meg, hogy 10000 egykorú között egy év alatt 129 halálozás fordult elő, — azután pedig, hogy 99900 élő között 1289 halálozás esett meg. Knapp szabálya szerint úgy az első, mint pedig a második esetben a mérés eredményeként 0.0129 iratik be a táblába; a halandóságot tehát mindkét esetben egyenlőnek nyilvánítják. Már pedig nem szenved kétséget, hogy a második eredmény sokkal megbízhatóbb, jóval nyomatékosabb, mint az első; mi azonban magából az eredményből ki nem vehető.

Azt ajánlom tehát — s ajánlatomat elfogadhatónak tartom, — hogy mindenek előtt közönséges tört alakjában irassék be a táblába a halandóság; e törtnek számlálói és nevezői pedig nem egyebek, mint a tényleg megfigyelt esetek számai; a mi példánkban tehát $\frac{129}{10000}$ és $\frac{1289}{99900}$ iratnék be mindenekelőtt. A többi rovatokban következhetnek azután az átszámított értékek.

3) Egy harmadik eszme arra vonatkozik, hogy a statistikába és a halandósági táblákba az életnek egy új középpértéke vezetessék be.

Erre pedig következő okoskodás által jutottam:

Ha magunkévá tesszük a nagyérdemű Engel jogosult felfogásmódját és az életfokozatokat produktivitásuk szerint tekintjük, úgy ehez mindjárt az a kívánság is járul, hogy e fogalom szorosabban meghatározassék, hogy megállapíttassék a pro-

ductivitás mértéke, vagyis hogy számokban fejeztessék ki valamely korfokozat közepes productivitása. Ily kívánság vezethette Wittsteint, mikor »Mathematische Statistik« című jeles munkájának »Az ember tőke-értékéről« szóló érdekes fejezetét megírta. De ez irányban egy lépéssel tovább is mehetni.

Ha ugyanis azt képzeljük, hogy a termelés eredménye (vagyis a termelésnek a fogyasztás által fel nem emésztett többlete) pénzösszegben kifejezve új tőkeként kamatozik, és hogy e kamatosítás az élet bizonyos szakaszán át — de legfellebb a termelő haláláig — évenként ismétlődik, úgy kérdés támadhat az iránt, vajon átlagosan mekkora összeg halmozódik ilyképen össze az ember haláláig? E kérdést pedig valamely kész halandósági tábla alapján határozott kamatlábra nézve igen könnyen megoldhatni. Legegyszerűbb az a mód, hogy csak egyszeri tőke-elhelyezést véve fel úgy intézzük a számítást, mintha arról volna szó, hogy valamely S_a tőkeösszeg egyszeri P_a díjbefizetés által halálesetre biztosíttassék.

Ha ezt a feladatot mindegyik korfokozatra nézve megoldva képzeljük, úgy ahhoz egy újabb csatlakozik. Az a -évesek fokozatos elhalása folytán ugyanis S_a összeg az egyikre nézve előbb esedékes, mint a másokra. És kérdés támadhat már most e fizetések esedékességének közép-ideje, vagyis az élettől és haláltól független amaz időtartam iránt, mely alatt változatlan kamatláb mellett P_a összeg S_a -vá növekednék.

Ezt az időtartamot pedig, melyet d_a -val jelölhetni, az a -évesnek $p\%$ -os termékény, közepes élettartamának tekintem és azt jobb név hiányában röviden »matematikai élet«-nek nevezem. Hasonló módon kiszámítható két vagy több életnek ($d_{a,b}$ -vel jelölhető) közepes termelő kapcsolat-tartama.

Ez új fogalommal kettős nyereség jár:

A gyakorlati alkalmazásban az, hogy a statisztikusok ezután már elengedhetik maguknak, hogy részletes életbiztosítási és életjáradéki díjtáblákat közöljenek, mint ezt pld. Baumhauer a »Statistisch Jaarboek vor het Koninkrijk der Nederlanden« XIV. évfolyamában tette. Ha ugyanis a d_a értékek egyszer valamely halandósági tábla rovataiban megvannak, úgy közönséges kamatszámítás (illetőleg kamat-táblák) segítségével könnyen megoldható az életbiztosítás bármely feladata.

De e fogalommal továbbá még azt is nyerjük, hogy az emberi élet termékenységére vonatkozó fejtegetések, valamint az ezekből vonható nemzetgazdasági következtetések biztos, szám szerint meghatározott alapra fektethetők ¹⁾

1) Nem bocsátkozhatván e helyen a számítás részleteibe, be kell érnem a fogalom egyszerű meghatározásával. Ugyanezt a kérdést valamivel behatóbban, — de ott is csak vázlatosan — kifejtettem a budapesti kereskedelmi akadémia 1875-ik évi értesítőjében ily cím alatt: »Vázlatos megjegyzések a politikai számtanhoz.«

32. §. Midőn pedig most szerencsém van a congressusnak a következő propositiókat ajánlhatni, meg kell jegyezmem, hogy azok részben olyanok, melyeket a congressus már előbbi ülésein határozatokká emelt, hogy tehát most csak azok újabbi szentesítéséről és netaláni foganatosításáról lehet szó; részben pedig olyanok, melyek a szükséges megfigyelések rendszerének kiegészítését és tökélyesítését czélozzák, úgy hogy már csak kevés lépés hiányzik a kitűzött czél valósításáig.

Határozati javaslatok.

A congressus át lévén hatva a megbizható halandósági táblák szerkesztésére szükséges adatok beszerzése- és gyűjtésének fontosságától, az előbbi ülésein kimondott kívánságokat és határozatokat ujlag szentesítve határozza el, hogy

I. Minthogy a halálozási rend és az életkor fogalmi egymással szorosan összefüggnek, a halandóság mértéke csak ama viszony lehet, melyben a halottak az egykoruak amaz összeségéhez állanak, melyből a halottak valamennyien és kizárólag származtak.

II. A halandóság legalább is évi korosztályok szerint határozandó meg; azonfelül kívánatos, hogy e meghatározás az 1-ső korévben hónapok, a 2-ikban pedig évnegyedek szerint történjék.

III. A zavaró befolyás, melyet a költözések a halandóságra gyakorolnak, lehetőleg eltávolítandó.

IV. Ez elvekből az adatok gyűjtésére vonatkozólag következő szabályok folynak:

1. A születtek, élők, halottak és költözöttekre vonatkozó valamennyi kimutatásnak egyneműnek kell lennie, azaz egyminőségű népességre kell vonatkoznia. Minthogy pedig célunkhoz képest ez csak a tényleges népesség lehet, úgy ajánlatos, hogy:

a) censuskor csak a tényleg helybenlevők, de ezek kivétel nélkül számláltassanak; és hogy

b) a születések és halálozások valamennyien és kizárólag ott jegyeztessenek fel, a hol előfordultak.

2. A hol minőségileg (pld nem, polgári állás stb. tekintetében) különböző összességek halandósága külön határozandó meg, ott a följegyzéseknél is az illető minőség szerint kell megkülönböztetni a születetteket, élöket, halottakat és költözötteket.

3. A születésekre vonatkozólag:

a) szükséges, hogy megállapíttassék az egy-egy naptári év alatt élve születtek száma;

b) kívánatos, hogy az élve születtek a születési hónapok szerint osztályoztassanak;

c) ajánlatos, hogy külön jegyeztessenek fel az egy-egy év alatt halva születtek.

4. A halálozásokra vonatkozólag:

a) szükséges — miként a congressus már Haagban is elhatá-

roza, — hogy mindenik évre nézve megállapíttassék a halottak száma s azoknak a II. alatt elfogadott korosztályok szerinti megoszlása, mindegyik korosztály az illető halottak születési éve szerint osztályoztatván. Az életkor meghatározását illetőleg a congressus londoni határozata foganatosítandó.

- b) Ajánlatos, hogy mindegyik halálesetnél az is pühatoltassék ki, vajjon az illető egyén az utolsó censuskor ugyanazon helységben (kerületben, országban) számláltatott-e, mint a melyben meghalt.
- c) Az előbbieken kívül még ajánlatos, hogy a legifjabb korosztály halottai születési hónapok, az ezt megelőzőnek halottai pedig évnegyedek szerint osztályoztassanak.

5. A népesség állására vonatkozólag:

- a) szükséges, hogy legalább 10 évenként állapíttassék meg népszámlálások által a népesség állománya, még pedig születési évek szerint osztályozva; egyuttal levezetendő a nép állása a számlálási év elejére és végére vonatkozólag.

Ha pedig a számlálás valamely naptári év elején vagy végén történik, ugy a népesség a helyett, hogy születési évek szerint osztályoztatnék, évi korosztályok szerint is állapítható meg.

Helyes halandósági táblák kiszámítását tekintve kívánatos, hogy ne választassanak 5 vagy 10 évi számlálási szakaszok, sem pedig kerek számú (zerussal végződő) számlálási évek.

- b) Kívánatos, hogy a népszámlálás ott, a hol a népesség nem valami nagyon hullámzik, mindig valamely naptári év elején vagy végén eszközöltessék. Inkább hullámzó népesség-nél a számlálás idejét legczélszerűbb olyankorra tűzni, mikor a népességnek benlakók és idegenekből való átlagos összetételét véljük eltalálhatni.

A hol pedig épen ez utóbbi okból a népszámlálást nem eszközlik az év elején vagy végén, ott a népességi állásnak az év elejére vagy végére való átszámíthatására szükséges, hogy a számlálás időpontja és az év eleje vagy vége között foglalt évtöredékre nézve meghatározatassék egy részt az élve szülöttek, másrészt a halottak száma, ez utóbbiak születési évek szerint osztályoztatván.

- c) A 4 b és 3 c) alatti követelmények teljesedése esetén nem szükséges, hogy népszámláláskor a két legifjabb korosztály születési hónapok, illetőleg évnegyedek szerint osztályoztassék

Ellenkező esetben ez osztályozás kívánatos. De ha a népszámlálás nem történt az év elején vagy végén, ugy ez

osztályozásnak csak akkor van haszna, ha legalább a két számlálás közti időre nézve a *b)* alatt ajánlott eljárást alkalmazhatni.

- d)* Ajánlatos, hogy a népszámlálásnál egyuttal kipuhatoltasék az is, vajjon a valamely helyen (kerületben, országban) számlált egyén a megelőző censuskor ugyanazon a helyen (kerületben, országban) számláltatott-e vagy nem; s e szempontból a számláltak két külön csoportra osztandók.

6. A költözésekre vonatkozólag:

Ajánlatos, hogy a be- és elköltözöttek száma évenként lehetőleg teljesen és — há csak van rá mód — ugyanoly megkülönböztetésekkel állapíttassék meg, mint a minők már a halottakra nézve is kívántattak.

Függelék.

I.

Statistikai tekintetben a halandóságnak ama meghatározását, melyet Becker memoire-ja 37. lapján felállított, nagyon tágnak tartom, mert nem tartalmazza a korfokozatot, mely pedig lényeges jegyet képez. Hiszen a statistikában csak a megmérhető halandóság bírhat értelemmel; az oly viszony pedig, mely nem lehet a halandóság alkalmas mértéke, nem is képezheti a halandóság helyes definitióját. Később maga Becker is hozzáteszi, hogy »2 népesség halandósága csak akkor egyenlő, ha az mindegyik korfokozatra nézve az egyiknél ép akkora, mint a másiknál,« ez által tehát maga is megengedi, hogy csak korszerinti halandóságok hasonlíthatók össze egymással. A mit pedig »az egykoruak halandósági valószínűsége«, mint a halandóság mértéke ellen a 45. lapon felhoz, az nézetem szerint csak azt bizonyítja, hogy a halandóság lehetőleg sok korfokozat- és lehetőleg rövid időszakokra nézve határozottassék meg, nem pedig, hogy e mérték csak korlátozott becslő. — Továbbá e mértékre vonatkozólag képtelenségnek tartja azt, hogy — »ha vele a halandóságot a születéstől kezdve egészen az elérhető legmagasabb korig megmérjük, — a halandóságnak mindig csak az egységgel egyenlő értékét adja, holott különböző nemzedékek halandósága nagyon is különböző lehet.« E megjegyzése csak azt mutatja, mily ellenmondásra vezethet egy nagyon is tágn definitio. Mert a halandóságnak bármily mértékét vegyük is, ugy bizonyos határesetben a halandóság értéke mindig 1 leend, mint hogy elvégre minden embernek meg kell halnia. Mindezekből tehát világos, hogy Becker a halandóság kifejezéséhez kétféle értelmet csatol: először saját definitioja szerint a halottak és élők közötti számviszonynak veszi azt, nem tekintve a kort; azután pedig máshelyt a mi meghatározásunk szerint kor szerinti halandóságnak tekinti. E kétértelműségből folynak amaz ellenmondások, melyekbe t. szerző ur keveredett. Ennek bizonyítékául még több helyet is idézhetnék memoire-jából. — Indokolatlannak tartom továbbá Knapp ellen felhozott ama vádját, mintha ez tényleg uralkodó halálozási rendet venne fel; holott Knapp több ízben hangsúlyozza, hogy azt csak a alytikai értelemben veszi.

II.

Beckert alkalmasint az eredmény alakja csábitotta arra az állításra, hogy a költözések kívánta correcturák csak az élőkön tehetők meg (39. l.); a szövegben előforduló fejtegetések és a 3) alatti egyenletből épen az ellenkezőről győződhetni meg. — A föltevéseket illetőleg, melyeken Becker eredményei alapszanak, igaz ugyan, hogy azok Sa.-nak legegyszerűbb kiszámítását teszik lehetővé, de nem mondhatók a legtermészetserűbbeknek, s pótolhatók olyanok által,

melyek inkább felelnek meg a valóságnak, minők a Heym, Wittstein és Zeuner által tett föltevések. Kivált ez utóbbi teljes figyelmet érdemel, és Becker, ki szerint Zeuner »az elköltözéseknek figyelmen kívül való hagyása által támadó hiányokon nem eléggé segített«, valószínűleg nem nézte meg Zeuner dolgozatának ama részét, mely valamely társaság be- és kilépő tagjaival foglalkozik, s mely a költözések elméletét kimerítően tárgyalja. Csak az iránt nem nyilatkozik Zeuner, hogy hogyan lehetne gyakorlatilag szám szerint meghatározni a be- és elköltözéseket. — Én magam is Zeuner eredményeit (a budapesti keresk. akadémia értesítőjében »a rokkantak nyugdíjazásáról« megjelent dolgozatban) igen egyszerű módon vezettem le azáltal, hogy két tartóban foglalt golyókat vettem fel, melyek bizonyos szabály szerint huzatnak. Kühne tanár ur Sassi »Vers. Ztg.« című folyóiratában e dolgozatomról igen hízegőleg nyilatkozott, de megtámadta épen a Zeuner-féle képlet levezetését. Minthogy ez, miként maga megvallja, a priori nem lehetséges, ugy azt a posteriori, egy próba által kíséri meg. De ebbeli törekvésében egy csodálatos logikai hibát követ el. Kiindul ugyanis egy okoskodásból, mely csekély módosítással »rokkanttá válás« helyett »házasodás«-t irok) így hangzik: »Lehet ugyan, hogy előbb nőtlenek maradunk s azután meghalunk, de már nem lehet az, hogy előbb meghalunk s azután nőtlenek maradunk.« Már pedig világos, hogy a ki házasodás előtt hal meg, okvetlenül halála után is — nemcsak hogy nem-házasnak maradhat — de maradnia kell Dienger tanár ur is (Masius, Zeitschrift, XXIII. 98. l.) futólag megemlékszik értekezéséről; de azt véli, hogy csak a Zeuner-féle kifejezések alakja] csábitott azok bebizonyítására; továbbá, hogy két tartó helyett egyet kellett volna vennem; mert csak egy emberről van szó és a »két« esemény nem folyt le egymás mellett ugy, hogy két tartó felvételére volna szükségünk. Hogy 1 tartóval mit lehetne kezdeni, azt nem mondja; és így mindkét állítása bebizonyításával adós marad.

III.

Talán nem lesz felesleges, ha az előadott módszereket egy számpéldával megvilágítjuk. E végre képzeljük, hogy adva volnának valamely kerület bizonyos minőségű (nem, állás stb. szerint meghatározott) lakóira vonatkozólag két egymás utáni, pld. az 1865. és 1870-iki népszámlálásnak lajstromai, valamint ugyanezen minőségű lakók halálózási lajstroma, melyekből itt csak egy-egy töredéket közlünk; meghatározandó ezek alapján a kor szerinti halálózási rend:

1865. december 31-iki népszámlálás.

kerület. Az egyének neme: (férfi); ház-as-e? (nem.)

Korosztály	Születési év	É l ő k		Összesen
		Az előbbi censusnál is számláltatott	Az előbbi censusnál nem számláltatott	
30—31	1835	42906	3509	46415
31—32	1834	40752	2863	43615
32—33	1833	41526	3179	44705
33—34	1832	39285	2740	42025
34—35	1831	38531	3024	41555

Az általam ajánlott módszer nyomán most már a halandóság meghatározására következő számításokat kell véghez vinnünk: 1865. végén az 1835-diki élveszülöttekből túlélők

száma volt összesen 46415

Ezek közül a számlálás helyén 1866—1870 meghalt:

248+267+256+244+271+253+262+275+280+269= 2625

Marad: 43790

1870. végén ugyanezek közül újra számláltatott: 40940

A közülök elköltözöttek száma tehát kitesz: 285

Ha pedig felvesszük, hogy ez elköltözések az 5 évi időszakra olyképen oszlottak meg egyenletesen, hogy a 10 elemi összesség mindegyikére egyenlő számmal jutottak, úgy hát mind-egyikre 285 számítandó. All tehát továbbá:

1865. végén a 30—31 közötti korosztályban volt 46415

Ezek közül 1866-ban ugyane korosztályban

és az 1835-ki születési évből meghalt 248) = 533

» » » » elköltözött 285)

Marad tehát 31 éves egykoru túlélő . . . 45882

Ezek közül helyben a 31—32 közti korosztályban meghalt 267+256 = 523

Az e korosztályból elköltözött 570 egyén közül külföldön meghalt 285W₃₁

E korosztályból tehát összesen meghalt: 523+285W₃₁

(W₃₁ alatt értvén a 31 évesek egy évre vonatkozó halandóságát.)

Ebből pedig mint a 31 évesek egy évre vonatkozó halandóságának mértéke következik:

$$W_{31} = \frac{523+285, W_{31}}{45\ 882}$$

$$\text{tehát } W_{31} = \frac{523}{45882-285} = \frac{523}{45597} = 0.01142$$

A 31 éves túlélők száma volt 45882

Ezek közül részint 1865-ban, részint 1866-

ban 31—32 közötti korban a számlálás helyén

meghalt 267+256 = 523) = 1093

elköltözött 570)

Marad tehát 32 éves egykoru 44789

Ezek közül helyben a 32—33 közti korosztályból meghalt 244+271 = 515

. . . másutt $\frac{1}{2} \cdot 570 \cdot W_{32}$

Összesen meghalt 515+285.W₃₂

$$\text{Tehát } W_{32} = \frac{515 + \frac{1}{2}570 W_{32}}{44789} \text{ miből}$$

$$W_{32} = \frac{515}{44789 - 285} = \frac{515}{44504} = 0.01157$$

Ezen eljárást folytatván, egymásután meghatározhatjuk a 31, 32, 33, 34. és 35-ki korfokozat halandóságát (de az utóbbiét csak úgy, ha már megvan az 1871. halotti kimutatás és ha az elköltözötteket illetőleg egy valószínű föltevessel beérjük). Még jobb, ha a 30, 31...35 közti korosztályok halandóságát határozzuk meg, első korosztálynak vétetvén az 1835-ben születettek és 1865-ben 30—31 korban elhaltak összessége, továbbá — előbbi számlálási szakaszok tapasztalata alapján — számításba hozzuk ugyanez összességnek elköltözötteit is. Hasonló eljárást követvén valamennyi születési évre vonatkozólag, mindegyikből öt korfokozatnak halandósága határozható meg, s minthogy e fokozatok mindig csak egy-egy évvel emelkednek, úgy az 5 alsó és 5 felső fokozat kivételével mindegyikre nézve 5 mérés nyeretik, melyeknek azután átlagos értéke veendő végeredménynek.

Ha azonban szerzett tapasztalatok, vagy nagyon is eltérő eredmények az elköltözések egyenletes megoszlásának föltevése ellen bizonyítanak, úgy azt a viszonyokhoz képest módosítani kellene. Ha pld. megfigyeltük volna, hogy a két számlálás közt lefolyt időben az elköltözések mindenik összességben számtani haladvány szerint növekedtek, és hogy azok az utolsó évben körülbelül 33%-kal többet tettek, mint az elsőben, úgy az 1835-diki nemzedék egymásutáni elemi összességeire sorban 240, 250, 260 . . . 320, 330 elköltözést hozunk számításba. S ezután csak azt vesszük fel, hogy az egyenletes megoszlásnak egyedül az elemi összességen belül van helye; a számításokat pedig a 27-dik § 2. képlete szerint vesszük keresztül.

Ha pedig a Becker által javasolt módszert követjük, akkor úgy a népszámlálási, mint pedig a halotti lajstrom kivonata, s így magok a számítások is egyszerűbbé válnának. A számítás menete következő volna:

1865. végén azok összege, kik 1835-ben élve születtek (és most 30—31 évesek)	46415
1866—1870-ig ezek közül a megfigyelés helyén meghalt	2800 ¹⁾
Marad	43615

¹⁾ Itt természetesen vala mennyi halálozás, a beköltözöttek is vétett számításba, s ezek összege táblázatunk szerint 2800.

1870-ben ugyane szül. évből számláltatott (35—36 éves)	43725
A beköltözöttek többlete tehát . .	110 ¹⁾

Ezeket egyenletesen megosztván 5 évre, mind-egyikre jut 22, lesz tehát továbbá:

1865. végén a 30—31. közti korosztályban volt	46415
1866-ban e korosztályból és 1835-diki szül. évből meghalt	248)
ellenben beköltözött	11) 237
Van tehát 31 éves egykoru túlélő összesen	46178
Ezek közül 31. és 32. korév között helyben meghalt	536 ²⁾
Azonfelül leszámítandó 22 beköltözöttnek halottjai	11 W ₃₁
Meghalt tehát . .	536—11 W ₃₁

Ennélfogva $W_{31} = \frac{536 - 11 W_{31}}{46178}$; miből

$$W_{31} = \frac{536}{46178 + 11} = \frac{536}{46189} = 0.0116.$$

S így kell a számítást tovább is folytatni. A különbség ez utóbbi és az első eredmény között — mely ugyan meglehetősen csekély, de a mely nagyobb fluctuatio, vagyis a be- és elköltözések közti nagyobb egyenetlenség mellett jelentékenyvé válhatik — lényegileg onnan ered, hogy a beköltözöttek tényleg megfigyelt halandósága nagyobb, mint az 1865-diki censuskor számlált tényleges népességé, tehát egyuttal nagyobb mint az elköltözötteké; kiknek halandósága t. i., Becker föltevése szerint, az utóbbival egyenlő. E jelenséget mindenütt fogjuk észlelni, hol — miként klimatikus gyógyhelyeken, nagy városokban, sat. — a beköltözöttek nagyobb részét beteg egyének teszik. Ha végre az eredmények természetellenes voltából kitűnnék, hogy saját módszerem követése mellett a népességnek az utolsó censuskor való helyben- vagy távolléte iránti önvallomásainak megbizhatatlansága folytán jelentékeny hibáknak kellett becsúszniok, úgy misem akadályoz abban, hogy ez eredményeket mellőzve lássuk, vajjon Becker módszere megfelelőbb eredményekre vezet-e? Mert világos, hogy a saját javaslatom szerint eszközölt puhatólások több anyagot, sigy hát annyit is tartalmaznak, mint a mennyi Becker eljárásának keresztülvitelére szükséges.

¹⁾ Saját módszerünk ugyanez eredményre vezet; mert a beköltözöttek száma: 2785 + 175, az elköltözötteké: 2850, a különbség tehát szintén 110. Látni, mily könnyű a számítás ellenőrzése.

²⁾ Hozzászámítva a beköltözöttek 5 + 8 halálesetét.

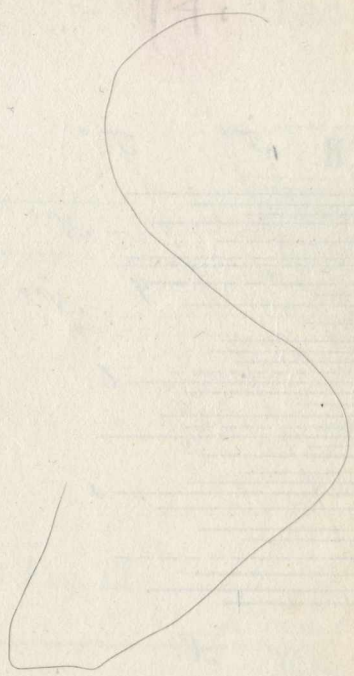
Ha a halotti lajstromból megtudjuk, hogy az 1835-ben születettek közül 1865-ben, 30—31 éves korban 265 egyén halt meg (ide számítva a beköltözöttek közül való halottakat is), úgy a 27. §. 5. képlete szerint a halandóság volna:

$$W_{30} = \frac{252 + 265}{46415 + 265} = \frac{517}{46680} = 0.01108 \text{ sat. sat.}$$

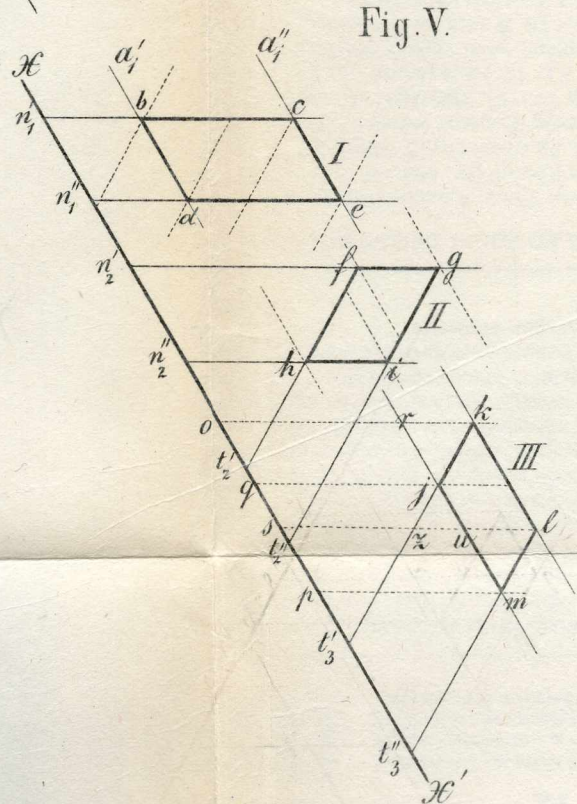
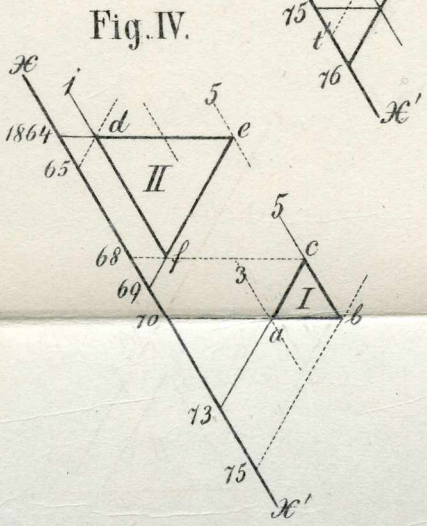
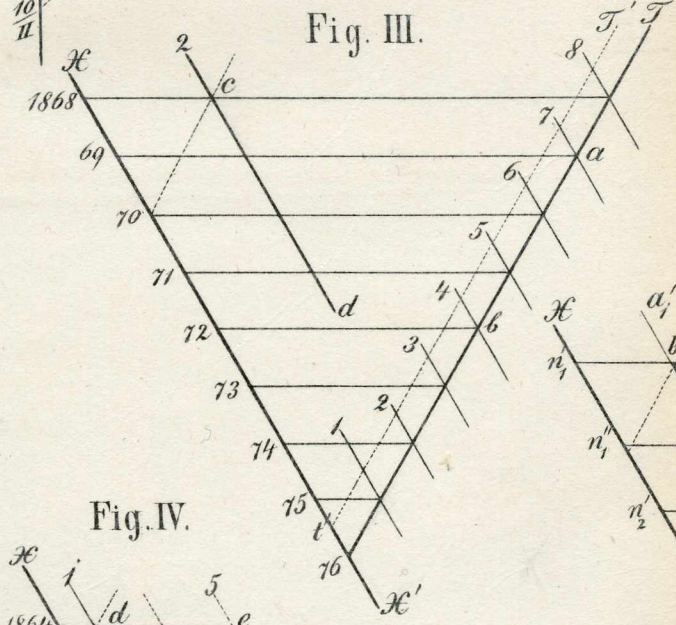
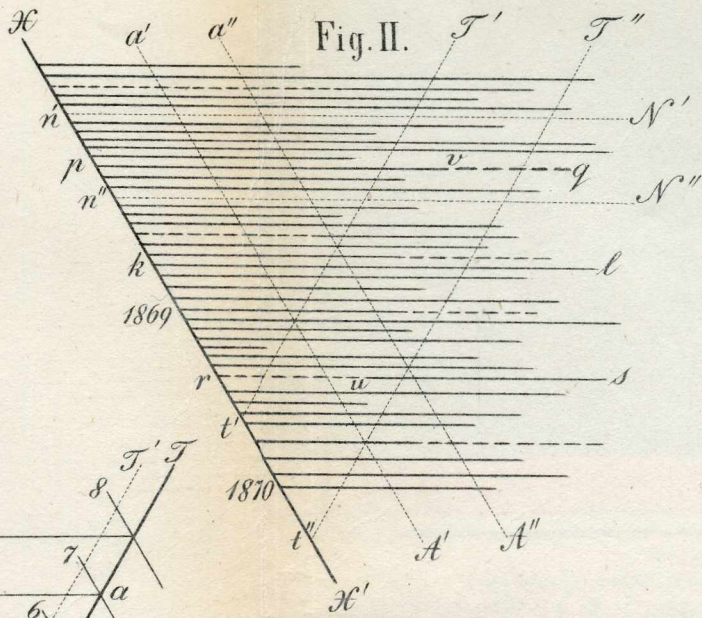
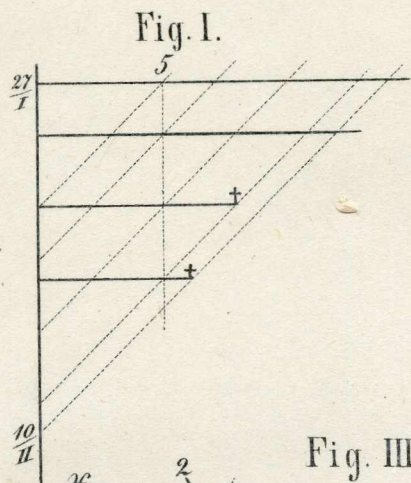
IV.

Dienger tanár ur (Masius, Rundschau XXIV. 447. l.) Kőrösi eljárásán, mely — Dienger nézete szerint — »alig mulható felül,« az elköltözötteket illetőleg hasonlóképen javítani ipárkodott. Kiindulván egy igen sajátzerű eszméből, eljut egy felette hamis eredményre. Ugyanis a népességet már előleg két részre, x és y -ra osztja, hol x az állandóságra, y pedig az elköltözésre »prædestináltak« jelöli. De y által jelöltek egy részénél e »prædestinatio« csak lappangó marad, t. i. azoknál, kik meghalnak, mielőtt tényleges elköltözésre kerülne a dolog. Úgy az x , mint a y részre nézve egyenlő halandóság tételeztetik fel, s azonkívül az, hogy az elköltözések a közbeeső egész időszakra egyenletesen megoszlának. Ezekből aztán Dienger tanár ur következteti, hogy a fentebbi halandóság mellett az elköltözésre prædestináltak közötti halálozások fele külföldön, másik fele pedig belföldön esik meg. De ez hamis következtetés, mert annak csak akkor volna helye, ha a prædestinációk egyenletesen volnának megosztva, mit azonban nem mondhatni. Minthogy pedig a tényleges elköltözések egyenletesen oszlanak meg, úgy csak annyi következik, hogy a ténylegesen elköltözöttek között előforduló halálozások száma fél akkora, mint volt volna, ha az elköltözés nem történik meg. Természetes, hogy Dienger hamis feltevéseiből, a prædestináltaknak a tényleg elköltözöttekkel való emez összetévesztéséből, csak hamis eredmények is következhetnek. Dienger képletének hamis voltáról legegyszerűbben úgy győződhetni meg, ha azt — miként maga is teszi — valamely szélső esetre alkalmazzuk. Ő ugyanis arra az esetre, ha $B=0$, a halandóságra ez értéket találja: $\frac{2}{A}$; és a dologban csak az a nevezetes, hogy Dienger ezen meg nem ütközött. Mert ama még mindig lehető eset, hogy $T > \frac{1}{2}A$, azaz, hogy az eredetileg számláltak több mint 50%-a halt el, oly halandóságra vezet, mely nagyobb az egységnél — s ez már absurdum. Hogy Dienger urnak további »magasb számítgatásai« mennyit érnek, azt alig kell mondanom.

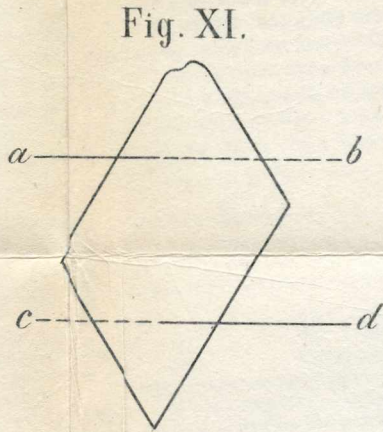
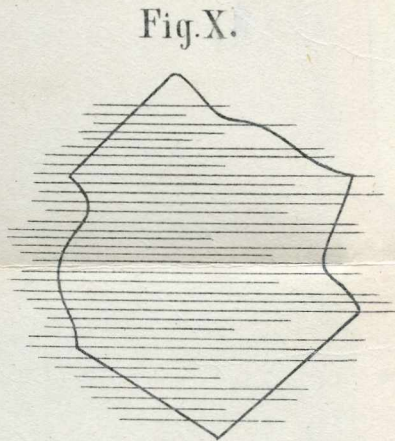
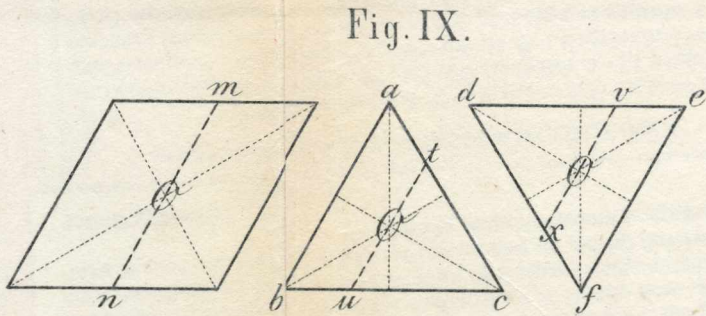
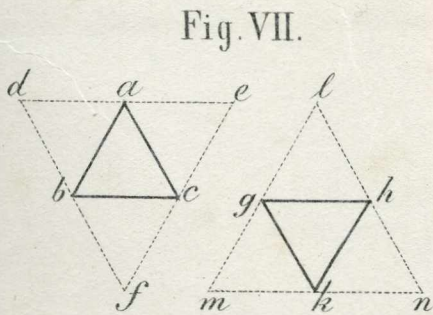
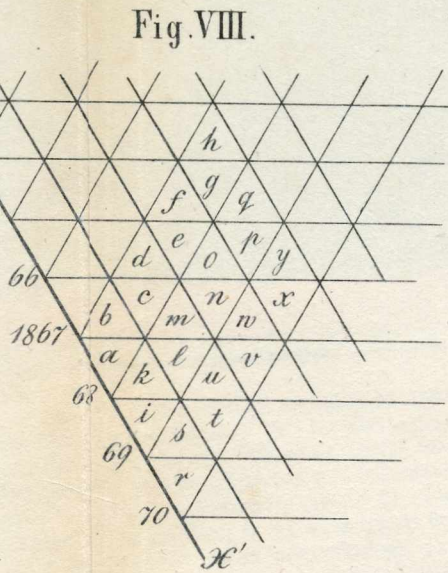
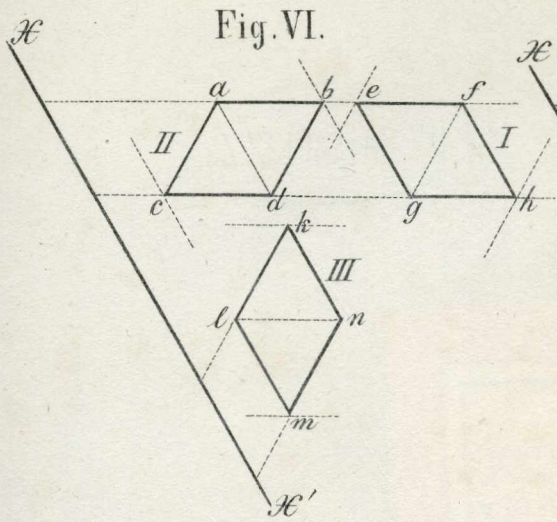
14. 1.



Tab. I.



Tab. II.



1911

1911

Dr. BALLAGI GEZA.

1911

1911

